

Магистранты-2010 Д/З № 2 У-е теплопроводности

№ 1. Общее параболическое уравнение с постоянными коэффициентами

$V_t = a^2 V_{xx} + \varepsilon V_x + cV$ с помощью замены $V_{(x;t)} = e^{\alpha x + \beta t} \cdot U(x;t)$ привести к «стандартному виду» $U_t = a^2 U_{xx}$.

№ 2. а) Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики (ТР) Глава. Уравнения математической физики. Задача 12. N, где N – номер варианта.

б) $V_t = a^2 V_{xx} - cV$ - на боковой поверхности стержня происходит теплообмен с окружающей средой, температура которой принята за 0; a , начальные и граничные условия те же, что в а)

в) $U_t = a^2 U_{xx} + 1$; -----«-----

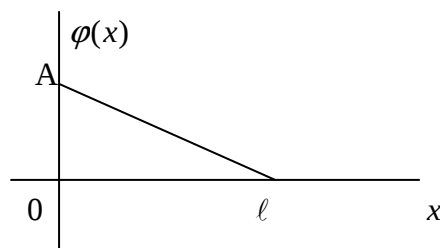
г) $U_t = a^2 U_{xx} + x^2$; -----«-----

№ 3. Решить следующую задачу о распространении граничного теплового режима.

$$U_t = a^2 U_{xx}; \quad 0 < x < \ell; t > 0;$$

$$U|_{x=0} = A \cos \omega t; \quad U|_{x=\ell} = 0;$$

$$U|_{t=0} = \varphi(x)$$



Выписать решение также для частных случаев: 1) $\omega = 0$; 2) $A = 0$.

Забывает ли система при $t \rightarrow +\infty$ 1) начальные условия; 2) граничный режим?

Происходит ли стабилизация решения к стандартному распределению температуры?

* Можно ли представить решение в виде суммы бегущих температурных волн?

№ 4. На левом конце стержня задан постоянный тепловой поток. Правый конец стержня поддерживается при постоянной температуре, равной θ . Начальная температура также равна θ . Найти распределение температуры вдоль стержня.

$$U_t = a^2 U_{xx}; \quad 0 < x < \ell; t > 0.$$

$$U_x|_{x=0} = -A; \quad U|_{x=\ell} = 0; \quad U|_{t=0} = 0.$$

№ 5. Левый конец стержня поддерживается при постоянной температуре. На правом конце происходит теплообмен с окружающей средой:

$$U_t = a^2 U_{xx}; \quad 0 < x < \ell; t > 0.$$

$$U|_{x=0} = U_1; \quad U(x;t) + hU_x(x;t)|_{x=\ell} = 0$$

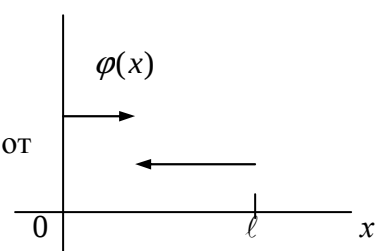
а) $U|_{t=0} = 0$; б) $U|_{t=0} = \varphi(x)$.

- 1) Существует ли стационарный режим?
- 2) Выписать решение, не вычисляя интегралы.
- 3) Привести полное решение.

Использована ли в № 4; 5 ортогональность собственных функций краевой задачи
Откуда следует сходимость полученных рядов и в каком смысле?

№ 6. $U_t = a^2 U_{xx}; \quad U|_{x=0} = U|_{x=\ell} = U_1 = \text{Const.} \quad U|_{t=0} = \varphi(x)$.

- 1) Будет ли решение $U(x;t)$ гладким при $t > 0$?
- 2) Происходит ли выравнивание температуры в стержне при возрастании t ?
- 3) Оценить время, за которое $U(x;t)$ будет отличаться от U стационарного на 1%.
- 4) При приближенном представлении $\varphi(x)$ рядом Фурье возникает явление Гиббса. Можно ли обнаружить это явление, сколь угодно точно измеряя температуру $U(x;t)$?



№ 7. Решить задачу о периодических температурных колебаниях в почве
(А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики.
Приложение к главе III. I).

№ 8. Б.М. Будак и др. Сборник задач по математической физике. Гл.V. № 13

№ 9. Решить задачу о радиальном распространении тепла в бесконечном круглом цилиндре радиуса R , боковая поверхность которого поддерживается при постоянной температуре.

Лектор потока доцент Острер Л.А.