

Типовой вариант экзаменационного билета (практическая часть)

1. Вычислить производные

$$a) y = \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^7 x}}{\sin(\log_8(3 \operatorname{ctg} x))}; \quad b) \begin{cases} x = \frac{1}{\sin t} \\ y = \arccos \sqrt[4]{t^5} \end{cases} .$$

2. Найти предел

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 2x + 5} - 2x) \quad b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(3-x) \cos(x^2 + 5x)}{\arcsin(2-x)} .$$

3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $P(-7; 5; 3)$ и прямую

$$\frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-4} .$$

4. Решить систему уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 2 \\ 2x + y + z = -1 \\ -x + 3y - 3z = -5 \end{cases} .$$

5. Вычислить

$$\sqrt[3]{1+i} .$$

Программа экзамена (теоретическая часть).

1. Матрицы, виды матриц, действия над матрицами.
2. Определители 2 и 3 порядков.
3. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке и столбцу.
4. Правило Крамера.
5. Обратная матрица. Матричный метод решения систем.
6. Элементарные преобразования. Метод Гаусса.
7. Ранг матрицы. Теорема Кронекера - Капелли.
8. Собственные векторы и собственные значения матрицы.
9. Векторы и действия над ними.
10. Векторы в декартовых координатах. Деление отрезка в заданном отношении.
11. Скалярное произведение векторов, его свойства. Проекция вектора на ось. Угол между векторами.
12. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл.
13. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл.
14. Уравнение плоскости.
15. Взаимное расположение плоскостей.
16. Уравнение прямой на плоскости.
17. Уравнение прямой в пространстве.
18. Взаимное расположение прямых в пространстве.
19. Взаимное расположение прямой и плоскости.
20. Предел функции в точке, его свойства.
21. Первый и второй замечательные пределы.
22. Бесконечно малые функции, их свойства, эквивалентность.
23. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
24. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке.
25. Производная. Основные правила дифференцирования.
26. Связь непрерывности и дифференцируемости функций.
27. Физический и геометрический смысл производной. Касательная и нормаль к кривым.
28. Дифференциал и его использование в приближенных вычислениях.
29. Формула Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций по формуле Маклорена.
30. Теоремы Ролля, Лагранжа, их геометрическая интерпретация.

31. Правило Лопиталя.
32. Вертикальные и наклонные (горизонтальные) асимптоты.
33. Исследование функций с помощью 1-ой производной. Монотонность и экстремумы.
34. Исследование функций с помощью 2-ой производной. Направления выпуклости графиков функции. Точки перегиба.
35. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами.
36. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Формула Эйлера.
37. Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение комплексного числа в степень, извлечение арифметического корня из комплексного числа (формулы Муавра).