

Контрольная работа №2 «Векторная алгебра, аналитическая геометрия».

ВАРИАНТ №1

1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}$ и $\vec{b} = \vec{m} - \vec{n}$, где \vec{m} и \vec{n} - единичные векторы, угол между которыми $\varphi = 120^\circ$. Определить длину вектора $\vec{c} = \vec{a} + 3\vec{b}$.
2. Даны вершины треугольника $A(-1; 2; 3)$, $B(5; -3; 4)$, $C(2; 1; 6)$. Разложить векторы, совпадающие с его сторонами, по основным ортам $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Можно ли решить задачу, обратную данной?
3. Даны векторы $\vec{p} = \{3; 4; 5\}$, $\vec{q} = \{-4; -2; -1\}$, $\vec{r} = \{2; 1; 3\}$. Найти $np_{(\vec{q}, \vec{r})} \vec{p}$.
4. Составить уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{2}$ параллельно плоскости $2x + 2y + z - 3 = 0$.
5. Составить уравнение прямой, проходящей через $M(1, 5, -2)$ перпендикулярно прямой $\frac{x-8}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z}{4}$ и $\frac{x-2}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z+11}{5}$.
6. Найти расстояние от точки $P(2, 3, -1)$ до прямой $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$.

ВАРИАНТ №2

1. Даны векторы \vec{AB} и \vec{AC} , угол между которыми $\varphi = 120^\circ$. Определить модуль вектора \vec{BC} , если $|\vec{AB}| = 3$, $|\vec{AC}| = 4$.
2. Зная одну из вершин треугольника $A(2; -5; 3)$ и векторы, совпадающие с его сторонами $\vec{AB} = \{4; 1; 2\}$ и $\vec{BC} = \{3; -2; 5\}$, найти остальные вершины, сторону \vec{CA} и площадь треугольника.
3. Определить, какой является тройка векторов (правой, левой или компланарной), если $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. Если возможно, вычислить объем параллелепипеда, построенного на данных векторах.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2, 1, 1)$ перпендикулярно плоскости $3x - y + 2z - 5 = 0$.
5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $P(0, 0, 1)$ перпендикулярно прямой $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + 2y - z + 5 = 0 \end{cases}$.
6. Найти расстояние между прямыми $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$ и $\frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}$.