

Группа ГЭ-18-6. ФМП и ДУ. К/р №4. Вариант 0

Продолжительность работы — 90 минут. Пользоваться справочными материалами и электронными устройствами не разрешается.

Все задачи — по 3 балла.

1. Поменять порядок интегрирования в повторном интеграле. Изобразить область, по которой производится интегрирование.

$$\int_{-3}^0 dy \int_{-1-y}^{\sqrt{1-y}} f(x, y) dx + \int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1-y}} f(x, y) dx.$$

2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями $2z = y^2$ и $2x + 3y - 12 = 0$ и координатными плоскостями.

3. Вычислить криволинейный интеграл первого рода: $\int_{\gamma} (x + y^2) dl$, где γ — контур треугольника ABC с вершинами $A(1; 1)$, $B(2; 0)$, $C(2; 2)$.

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода: $\int_{\gamma} 2xy dx - x^2 dy$, где γ — дуга параболы $4y = x^2$ с концами $O(0; 0)$ и $A(2; 1)$, пройденная в направлении от точки O к точке A .

5. Проверить, что подынтегральное выражение является полным дифференциалом, и вычислить интеграл: $\int_{(0;0)}^{(1;1)} (x + y)(dx + dy)$.

Ответы.

1. $\int_{-1}^2 dx \int_{-1-x}^{1-x^2} f(x, y) dy$; область интегрирования ограничена прямой $y = -x - 1$ и параболой $y = 1 - x^2$.

$$2. V = \int_0^4 dy \int_0^{y^2/2} \left(-\frac{3}{2}y + 6\right) dz = 16.$$

$$3. \frac{20}{3} - \frac{8\sqrt{2}}{3}. \qquad 4. 0.$$

$$5. (x + y)(dx + dy) = d\left(\frac{x^2}{2} + xy + \frac{y^2}{2}\right); \int_{(0;0)}^{(1;1)} (x + y)(dx + dy) = 2.$$