

Группа ГЭ-18-6. ФМП и ДУ. К/р №1. Вариант 0

Продолжительность работы — 90 минут. Пользоваться справочными материалами и электронными устройствами не разрешается.

1 (2 балла). Найти $\frac{\partial f}{\partial x}$ и $\frac{\partial f}{\partial y}$, если $f(x, y) = \arcsin \sqrt{\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}}$.

2 (3 балла). Найти производную функции f по направлению вектора \vec{v} в точке P : $f(x, y, z) = xy - \frac{x}{z}$, $P(-4; 3; 1)$, $Q(1; 4; -2)$, $\vec{v} = \overrightarrow{PQ}$.

3 (3 балла). Написать уравнения нормали и уравнение касательной плоскости к поверхности в данной точке (одна из координат точки неизвестна): $x(y + z)(z - xy) = 8$, $P(2; 1; ?)$.

4 (3 балла). Найти $\frac{dy}{dx}$, если $\sin(xy) - e^{xy} - x^2y = 0$.

5 (4 балла). Найти все точки локального экстремума функции f и определить их типы (максимум/минимум):

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 39x - 36y + 26.$$

Ответы.

1. $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\sqrt{2}xy}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 - y^2}}$, $\frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{\sqrt{2}x^2}{(x^2 + y^2)\sqrt{x^2 - y^2}}$.

2. $\frac{18}{\sqrt{35}}$.

3. Точка $P(2; 1; 3)$, уравнения нормали $\frac{x - 2}{2} = \frac{y - 1}{7} = \frac{z - 3}{-5}$, уравнение касательной плоскости $2x + 7y - 5z + 4 = 0$.

4. $\frac{y}{x} \cdot \frac{2x + e^{xy} - \cos(xy)}{\cos(xy) - e^{xy} - x}$.

5. $(3; 2)$ — точка минимума, $(-3; -2)$ — точка максимума.

В задаче 2 вектор может быть также задан своими координатами или углами, которые он образует с осями координат (на плоскости); в задаче 4 может быть задана неявная функция трёх переменных, и потребуется найти её частные производные.