

Образец экзаменационного билета

Российский государственный университет нефти и газа имени И.М. Губкина
(Национальный исследовательский университет)
Факультет автоматики и вычислительной техники
Кафедра высшей математики

Группа ГЭ-18-6 Функции многих переменных. Дифференциальные уравнения 3 семестр, 2019/2020
учебный год

Фамилия, имя	Сем.	1	2	3	4	5	6	Сумма	Оценка и подпись

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №0

Продолжительность работы — 60 минут. Каждое задание оценивается в 7 баллов, решение всех заданий — в 40 баллов.

Пользоваться справочными материалами и электронными устройствами не разрешается.

1. Для функции $f(x, y, z) = \frac{x}{\sqrt{y}} - \sin(2z) \cdot \ln(2x^2 + y^2)$ найти все частные производные первого порядка, а также значение производной по направлению вектора нормали к поверхности $x^2 + 2y^2 - z = 0$ в точке $(1, 2, z_0)$, лежащей на этой поверхности.

2. Найти все точки локального экстремума функции f и определить их типы (максимум/минимум):

$$f(x, y) = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y.$$

3. Решить дифференциальное уравнение: $y' - y \cos x = y^2 \cos x$.

4. Решить дифференциальное уравнение и задачу Коши: $y'' - 6y' + 9y = 16e^{-x} + 9x - 6$, $y(0) = y'(0) = 1$.

5. Изобразить область, по которой производится интегрирование, и вычислить интеграл:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} dy \int_0^{3 \cos y} x^2 \sin^2 y dx.$$

6. Вычислить криволинейный интеграл $\int_{\gamma} 2xy dx - x^2 dy$, где γ — дуга AO параболы $x^2 = 4y$, пройденная от точки $A(2; 1)$ до точки $O(0; 0)$.

Комментарий

В билете могут присутствовать задания следующих типов:

- частные производные (в том числе высших порядков) функций двух и трёх переменных, производные по направлению, касательная плоскость и нормаль к поверхности;
- исследование функции двух переменных на экстремум;
- дифференциальное уравнение первого порядка (с разделяющимися переменными / однородное / линейное / Бернулли / в полных дифференциалах), важно не терять отдельные решения при делении уравнения на функцию;
- задача Коши для линейного неоднородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью в виде суммы нескольких слагаемых специального вида;
- вычисление двойного интеграла, сведение двойного интеграла к повторному, перемена порядка интегрирования, вычисление площади области с помощью двойного интеграла;
- вычисление криволинейного интеграла первого или второго рода, интегрирование полного дифференциала.