

Теоретические вопросы по курсу
«Методы математической физики»

Уравнения в частных производных.

1. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных значений и собственных функций.
2. Уравнение колебаний струны. Решение уравнения свободных колебаний при условии жёсткого закрепления концов. Стоячие волны.
3. Виды граничных условий для уравнения колебаний и их физическое истолкование.
4. Решение неоднородных уравнений с однородными граничными условиями. Алгоритм решения задач с неоднородными граничными условиями.
5. Уравнение теплопроводности (без вывода). Виды граничных условий для уравнения теплопроводности стержня и их физическое истолкование.. Алгоритм решения уравнения теплопроводности стержня с однородными граничными условиями.
6. Уравнения второго порядка в частных производных вида. Характеристики. Теорема о характеристиках (доказать).
7. Классификация уравнений второго порядка в частных производных. Приведение к каноническому виду.
6. Решение волнового уравнения на всей оси. Формула Даламбера. Характер распространения волны.

Вариационное исчисление

1. Понятие функционала. Экстремум функционала. Связь между слабым и сильным экстремумом (обоснование).
2. Задача вариационного исчисления с неподвижными границами. Теорема о необходимом условии экстремума.
3. Собственное и центральное поля. Достаточное условие Якоби (без доказательства). Достаточные условия Вейерштрасса.
4. Достаточные условия Лежандра. Вывод условий.
5. Задача о брахистохроне.
6. Условный экстремум. Функция Лагранжа. Необходимые условия условного экстремума .
7. Изопериметрическая задача. Необходимое условие экстремума. Задача Дидоны

Случайные процессы

1. Определение случайного процесса. Сечение и траектория случайного процесса. Числовые характеристики случайного процесса. Стационарные и стационарные в широком смысле процессы. Эргодический случайный процесс.
2. Телеграфный сигнал. Вычисление его ковариационной функции.
3. Непрерывность случайного процесса. Производная случайного процесса. Вычисление ковариационной функции производной стационарного случайного процесса.
4. Теорема Хинчина. Спектральная плотность и её свойства. Достаточное условие существования спектральной плотности.
5. Спектральная плотность процесса типа телеграфного сигнала. Белый шум.
6. Теорема Крамера о спектральном представлении. Спектральная плотность производной случайного процесса и дифференциального выражения (вывод формулы).
8. Спектральная плотность выходного сигнала со стационарным входным сигналом линейной динамической системы n -го порядка.
9. Спектральное представление и стационарность выходного сигнала линейной динамической системы n -го порядка.
10. Фильтр. Ковариационная функция фильтра. Спектральная характеристика фильтра.
11. Физически реализуемый фильтр. Теорема о представлении выходного сигнала в виде физически реализуемого фильтра.