

Пример варианта контрольной работы
«Теория функций комплексной переменной»

1. Проверить, что функция $v(x, y) = e^{-y} \sin x + y$ является мнимой частью аналитической функции переменной $z = x + iy$. Найти функцию $f(z)$, аналитическую в окрестности точки $z_0 = \pi/2$ и такую, что $\operatorname{Im} f = v$, а $f(z_0) = 2 + i$. Вычислить $f''(z)$ в этой окрестности.
2. Найти все разложения функции $f(z) = \frac{z^2}{z^2 - 3z - 4}$ в ряд Лорана по степеням $z + 1$. Используя эти разложения, вычислить вычеты функции $f(z)$ в точках $z_0 = -1$ и ∞ .
3. Найти особые точки функции $f(z) = \frac{\cos z}{z^2 (z - \pi/2)^2}$, определить их тип и вычислить вычеты функции f во всех конечных особых точках.
4. Вычислить интеграл $\oint_{\gamma} \frac{dz}{(z-1)^2 \cos z}$, где γ — окружность $|z| = 2$, проходимая против часовой стрелки.
5. Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{x \sin x}{(x^2 + 1)^2} dx$.

Распределение баллов: 4+4+4+4+4=20.

Профессор В.Д.Седых