

Экзаменационная программа по курсу
«Дифференциальное исчисление, алгебра и геометрия»

1. Алгебраические операции над матрицами и их свойства.
2. Определители и их свойства. Разложение определителя по строке (столбцу).
3. Линейная зависимость векторов в $\mathbb{R}^n$. Вычисление ранга системы векторов методом элементарных преобразований.
4. Базис в $\mathbb{R}^n$. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису.
5. Ранг матрицы, базисный минор. Теорема о ранге матрицы. Метод окаймляющих миноров.
6. Обратная матрица и ее вычисление.
7. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Формулы Крамера.
8. Метод Гаусса решения произвольной системы линейных уравнений.
9. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения неоднородной системы.
10. Свободные векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами. Линейно зависимые и независимые векторы.
11. Базис и координаты вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. Проекция вектора на ось, координаты вектора в прямоугольном базисе.
12. Скалярное произведение векторов, его свойства и вычисление в декартовых координатах.
13. Векторное произведение векторов, его свойства и вычисление в декартовых координатах.
14. Смешанное произведение векторов, его свойства и вычисление в декартовых координатах.
15. Прямая на плоскости и способы ее задания. Расположение двух прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
16. Плоскость в пространстве и способы ее задания. Расположение двух плоскостей в пространстве. Расстояние от точки до плоскости.
17. Прямая в пространстве и способы ее задания. Расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости.
18. Кривые второго порядка на плоскости, классификация. Вывод канонических уравнений эллипса и параболы.
19. Аксиоматическое определение множества вещественных чисел. Аксиома о точной верхней грани. Принцип Кантора. Числовая прямая.
20. Отображения и их графики. Композиция отображений. Инъекция, сюръекция и биекция. Обратное отображение.
21. Основные элементарные функции и их графики.
22. Числовая последовательность и ее предел. Критерий Коши. Признак Вейерштрасса (*с доказательством*).
23. Предел функции (по Коши и по Гейне). Предел функции на бесконечности, бесконечно большие функции. Односторонние пределы.
24. Основные свойства пределов.
25. Первый замечательный предел (*с доказательством*). Второй замечательный предел.
26. Бесконечно малые последовательности и функции, их свойства.
27. Асимптотическое сравнение функций. Таблица эквивалентных бесконечно малых. Замена бесконечно малых им эквивалентными при вычислении пределов.
28. Непрерывные функции и их свойства. Теорема о непрерывности сложной функции.
29. Непрерывность обратной функции. Непрерывность элементарных функций. Классификация точек разрыва.
30. Свойства функций, непрерывных на отрезке: Теорема Вейерштрасса о наибольшем и наименьшем значениях; теорема Больцано-Коши о нулях; равномерная непрерывность.
31. Производная функции одной вещественной переменной, ее геометрический и механический смысл. Дифференцируемость, дифференциал.
32. Правила дифференцирования. Производные сложной и обратной функций.
33. Производные основных элементарных функций.
34. Производные и дифференциалы высших порядков. Инвариантность формы первого дифференциала.
35. Локальные экстремумы. Теорема Ферма (*с доказательством*).
36. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях (*с доказательствами*).
37. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей типа $\frac{0}{0}$ (*с доказательством*). Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей типа $\frac{\infty}{\infty}$.
38. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа (*с доказательством*). Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.

39. Вывод формул Маклорена для функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.
40. Достаточное условие строгой монотонности дифференцируемой функции (с доказательством).
41. Первое и второе достаточные условия экстремума (с доказательствами).
42. Выпуклость функции на интервале. Достаточное условие выпуклости (с доказательством).
43. Точки перегиба. Необходимое условие точки перегиба (с доказательством).
44. Первое и второе достаточные условия точки перегиба (с доказательствами).
45. Нахождение асимптот графика функции.