

Вопросы к экзамену по курсу

«Линейная алгебра, аналитическая геометрия и дифференциальное исчисление»

ГФ 16-03, ГИ 16-04.

1. Матрицы и действия над ними. Нулевая, единичная, диагональная, скалярная матрицы. Примеры. Преобразования со строками. Свойства произведения матриц.
2. Определитель матрицы размерности 2×2 , 2×3 , $n \times n$. Алгебраическое дополнение элементов матрицы. Рациональное определителя по i -й строке (столбцу). Свойства определителей.
3. Обратная матрица. Решение простейших матричных уравнений с помощью обратной матрицы. Ранг матрицы. Примеры.
4. Системы линейных уравнений. Расширенная матрица системы. Формулы Крамера.
5. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование систем (однородных и неоднородных) на совместность и количество решений. Метод Гаусса решения систем.
6. Линейное пространство (множество) арифметических векторов. Допустимые операции. Линейная зависимость/ независимость системы векторов. Базис. Разложение вектора по базису. Примеры.
7. Векторы и линейные операции над ними. Свойства линейных операций. Проекция вектора на ось. Векторы в декартовой системе координат. Координаты вектора. Модуль вектора. Операции над векторами, заданными координатами. Признак коллинеарности векторов.
8. Координаты точки. Деление отрезка в заданном соотношении. Направляющие косинусы вектора. Скалярное произведение векторов.
9. Векторное произведение векторов и его свойства. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл. Векторное и смешанное произведение в координатной форме. Признак компланарности векторов.
10. Уравнение прямой на плоскости (различные виды). Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых.
11. Уравнение плоскости (различные виды). Угол между плоскостями. Признаки параллельности и перпендикулярности плоскостей.
12. Уравнение прямой в пространстве. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
13. Функция. Область определения и область значений функции. График функции. Обратная функция. Композиция функций. Основные характеристики функций: четность, монотонность, ограниченность. Примеры.
14. Предел функции, определение. Его геометрическая интерпретация. Односторонние пределы (слева и справа). Определение предела функции при $x \rightarrow \infty$. Определение предела, равного бесконечности. Бесконечно большой функции. Примеры.

15. Бесконечно малые функции (б.м.ф.). Теорема о свойствах б.м.ф. функций.
16. Свойства пределов функции. Теорема о двух милиционерах.
17. Первый и второй замечательные пределы. Примеры.
18. Эквивалентные б.м.ф. Эквивалентности основных элементарных функций при $x \rightarrow 0$.
19. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва. Теоремы о непрерывных функциях.
20. Производная функции. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к кривой. Связь непрерывности и дифференцируемости. Пример непрерывной функции, не являющейся дифференцируемой в точке.
21. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Производная функции, заданной параметрически.
22. Вывод формул производных от элементарных функций. Таблица производных. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков.
23. Дифференциал функции. Свойства дифференциала. Приближенные вычисления с помощью дифференциала. Дифференциал высших порядков.
24. Теоремы о дифференцируемых функциях: Ролля, Коши, Лагранжа.
25. Правило Лопиталья для вычисления пределов. Раскрытие неопределенностей различных типов.
26. Исследование функции с помощью производной. Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функций. Экстремумы функции. Необходимое и достаточное условия экстремумов. Наибольшее (наименьшее) значение функции на отрезке.
27. Исследование функции с помощью второй производной. Выпуклость графика функции. Достаточные условия существования интервалов выпуклости и точек перегиба.
28. Формулы Тейлора и Маклорена. Формулы Маклорена для элементарных функций.

Лектор потока доц. Ю.О. Королева

