

**Программа для подготовки к экзамену по курсу  
"Интегралы, ряды, функции многих переменных" для ТН-17-1-8.**

2 семестр. (лектор доцент Голицына М.Г.)

1. Первообразная, неопределённый интеграл. Основные свойства интеграла.
2. Подведение под знак дифференциала.
3. Формула интегрирования по частям (с доказательством).
4. Интегрирование рациональных и иррациональных дробей.
5. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.
6. Интегрирование с помощью тригонометрических подстановок.
7. Понятие определённого интеграла, как предела интегральной суммы. Свойства определённого интеграла.
8. Оценки определённого интеграла.
9. Формула Ньютона-Лейбница (с доказательством).
10. Замена переменной в определённом интеграле.
11. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
12. Площадь плоской фигуры в декартовой системе координат.
13. Площадь плоской фигуры в полярной системе координат (с выводом).
14. Длина дуги в декартовой системе координат (с выводом).
15. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода.
16. Признаки сходимости несобственных интегралов 1-го и 2-го рода.
17. Числовые ряды. Простейшие свойства сходящихся рядов (с доказательствами).
18. Необходимый признак сходимости ряда (с доказательством). Достаточный признак расходимости ряда.
19. Расходимость гармонического ряда.
20. Ряды с положительными членами. Признак сравнения и предельный признак сходимости рядов с положительными членами (с доказательствами).
21. Признак Даламбера.
22. Радикальный признак Коши.
23. Интегральный признак Коши.
24. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница (с доказательством).
25. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
26. Степенные ряды. Теорема Абеля со следствиями. Область сходимости степенного ряда.
27. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
28. Теорема о разложении функции в ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

**Примерное практическое задание на экзамене.**

Вычислить интегралы:

1.  $\int \frac{\cos x \, dx}{\sqrt[3]{\sin x}}$  .      2.  $\int \frac{dx}{\cos x + 4 \sin x - 1}$  . (подведение под дифференциал+ любой другой интеграл)

3. Исследовать сходимость несобственных интегралов:  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ ;  $\int_3^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 2x}$ .

4. Найти площадь, ограниченную линиями:  $y = 0$ ,  $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$ ;  $2\pi \leq t \leq 4\pi$

(площадь в декартовых /полярных/параметрических координатах)

5. Найти длину дуги арки циклоиды:

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$$

или объём тела вращения

6. Сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n+1) \cdot \ln(3n+1)}$  .

7. Найти область сходимости:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+5)^n}{(2n+2)5^n}$