

## **Программа для подготовки к экзамену по высшей математике.**

**3 семестр. ТН – 16 – 01- 08.**

Лектор: доцент Голицына М.Г.

### **Дифференциальные уравнения.**

1. Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
3. Линейные уравнения первого порядка. Метод вариаций произвольных постоянных. Метод подстановки.
4. Уравнения Бернулли.
5. Уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
6. Комплексные числа. Однородные линейные уравнения  $n$  - го порядка с постоянными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
7. Однородные линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
8. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения.
9. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского. Метод Лагранжа вариаций произвольных постоянных для линейных неоднородных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
10. Гармонический осциллятор. Резонанс

### **Кратные интегралы.**

1. Двойной интеграл и его основные свойства. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному.
2. Двойной интеграл в прямоугольных декартовых координатах. Изменение порядка интегрирования.
3. Вычисление объемов и площадей в декартовых координатах.
4. Криволинейные координаты на плоскости. Якобиан. Площадь в криволинейных координатах.
5. Двойной интеграл в полярных координатах.
6. Тройной интеграл и его вычисление. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты.

### **Функции двух переменных.**

1. Понятие функции многих (двух) переменных. Область определения.
2. Частные приращения и частные производные 1-го и 2-го порядков.
3. Полный дифференциал, его геометрический смысл. Касательная плоскость и нормальная прямая.
4. Частные производные неявной и сложной функций нескольких переменных.
5. Экстремумы функций двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
6. Производная по направлению. Градиент.

### **Криволинейные интегралы**

1. Криволинейные интегралы 1-го рода и 2-го рода, их свойства.
2. Геометрический и физический смысл криволинейного интегралов 1-го и 2-го рода.
3. Вычисление криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода.
4. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
5. Восстановление функции по ее полному дифференциалу.

**Задачи для подготовки к экзамену:**

1. Решить задачу Коши:  $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x, y(-1) = \frac{3}{2}$

(или однородное, Бернулли, с разделяющимися переменными, понижение порядка)

2. Выписать общее решение, неопределённые коэффициенты не находить:

$$y'' - 7y' + 10y = e^{2x} \cos x - 2x^2 + (5 - 4x)e^{5x} + 3$$

3. Сделать чертёж, перейти к полярным координатам, расставить пределы, интеграл не вычислять:

$$\iint_D \frac{x-y}{x^2+y^2} dx dy, \quad D: y^2 + 4x + x^2 = 0; y^2 + 8x + x^2 = 0; y = 0; y = -\sqrt{3}x$$

4. Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$ .

(или найти касательную плоскость, градиент, производную по направлению)

5. Вычислить криволинейный интеграл по заданной кривой  $L$

$$\int_L \frac{x dl}{\sqrt{1+4x}}, \quad L: x = y^2, \quad 0 \leq y \leq 4$$

6. Найти потенциал векторного поля (или работу в поле сил, или восстановить функцию по полному дифференциалу)

$$7. \quad \vec{a} = \left( -\frac{1}{x} + \sin y \right) \vec{i} + (x \cos y + 2y) \vec{j}$$

7. Вычислить интеграл по контуру  $C$ , образованному отрезками, соединяющими точки  $A(-1; 1)$ ,  $O(0; 0)$ ,  $B(0; -1)$  в положительном направлении:

$$\oint_C xy dx + (x - y^2) dy$$

а) непосредственно;

б) по формуле Грина.