

ВАРИАНТЫ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ

«Определенный и несобственный интегралы и их приложения»

Вариант 1.

1. $\int_{\sqrt{2}}^1 \frac{xdx}{\sqrt[3]{2-x^2}}; \quad \int_0^1 \frac{xdx}{1+\sqrt{x}}; \quad \int_0^1 xe^{-x}dx; \quad \int_0^{\infty} xe^{-x^2}dx.$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = e^{2x}; \quad y = \log_2 x;$
 $x = 1; x = 2$
3. Найти площадь фигуры в полярной системе координат $r = a \sin 2j;$
 $a = \text{const}.$
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 9 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}, y = 2 (y \geq 2).$
5. Найти длину кривой $y = \ln 7 - \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}.$
6. Найти длину дуги кривой в полярной системе координат $r = 6(1 + \sin j),$
 $-\frac{p}{2} \leq j \leq 0.$
7. Оценить интеграл $\int_0^{\frac{p}{2}} \sqrt{2 + \sin x} dx.$
8. Вычислить объем тела, получающегося при вращении параболы $y^2 = 4x$ вокруг своей оси, ограниченного перпендикулярной к ней плоскостью и отстоящей от вершины параболы на расстоянии, равном единице.
9. Скорость движения точки $u = e^{-0,01t} \text{ м/с}.$ Вычислить путь, пройденный точкой от начала движения до полной остановки.

Вариант 2.

1. $\int_2^8 \sqrt{x-1}dx; \quad \int_4^0 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}dx; \quad \int_{\frac{p}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{xdx}{\sin^2 x}; \quad \int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}.$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2 = 2x + 1; x - y - 1 = 0.$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми в полярной системе координат $r = \cos j; \quad r = 2 \cos j.$
4. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в параметрическом виде $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 8 \sin t \end{cases}, \quad y = 4 (y \geq 4).$

5. Найти длину дуги кривой $y = \ln(x^2 - 1)$, $2 \leq x \leq 3$.

6. Найти длину дуги кривой, заданной в параметрическом виде

$$\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t) \\ y = e^t(\cos t - \sin t) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \frac{p}{6}.$$

7. Оценить интеграл, не вычисляя его $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4 - x^2 - x^3}}$.

8. Вычислить объем тела, вращения вокруг оси X криволинейной трапеции, ограниченной гиперболой $y = \frac{1}{x}$ и прямыми линиями $x = 2$, $x = 6$.

9. Тело движется со скоростью $u = e^{-0,01t} \text{ м/с}$. Определить закон движения тела, если за 5 секунд оно прошло 105 м.

Вариант 3.

1. $\int_1^3 x\sqrt{x^2 + 7}dx$; $\int_3^8 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}}$; $\int_0^{\frac{p}{2}} x \cos x dx$; $\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$.

2. Вычислить площадь фигуры, заключенной между параболой $y = x^2 + 4x - 3$ и касательной к ней в точках $(0; -3)$ и $(3; 0)$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми в полярной системе координат $r = 2 \cos j$; $r = 4 \cos j$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной астроидой, заданной в параметрическом виде $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$, (в первом квадрате $\frac{p}{2} \leq t \leq 0$).

5. Найти длину дуги кривой $y = 1 - \ln \cos x$, $0 \leq x \leq p$.

6. Найти длину дуги кривой, заданной в параметрическом виде

$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq p.$$

7. Оценить интеграл, не вычисляя его $\int_{\frac{p}{4}}^{\frac{3p}{4}} \frac{\sin x}{x} dx$.

8. Вычислить объем тела, полученного вращением около оси OX , плоской фигуры, ограниченной кривой $y = 2^x$ и прямой $4y - 3x - 5 = 0$.

9. Скорость движения точки изменяется по закону $u(t) = (3t^2 + 2t + 1) \text{ м/с}$. Вычислить путь, пройденный точкой за 10 секунд от начала движения.

Вариант 4.

1. $\int_0^{\frac{p}{9}} \sin^2 3x dx$; $\int_1^3 \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx$; $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{x-1}}$; $\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной улиткой Паскаля в полярной системе координат $r = 2a(2 + \cos j)$, $a = \text{const}$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной осью OX и одной аркой циклоиды $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$.
5. Найти длину дуги кривой $y = e^x + 6$, $(\ln \sqrt{8} \leq x \leq \ln \sqrt{15})$.
6. Найти длину дуги кривой, заданной в параметрическом виде $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 8 \sin^3 t \end{cases}$, $0 \leq t \leq \frac{p}{6}$.
7. Оценить интеграл, не вычисляя его $\int_0^1 \sqrt{x^2 + 2x + 4} dx$.
8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной кривыми $x^2 + y^2 = 1$ и $y^2 = \left(\frac{3}{2}\right)x$.
9. Мгновенная скорость движения определяется в зависимости от времени формулой $u = \sqrt{1+t} \frac{м}{с}$. Определить среднюю скорость движения за 10 секунд от начала движения.

Вариант 5.

1. $\int_2^3 \frac{x dx}{(2+x)(x^2+3)}$; $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$; $\int_0^3 \ln(x+3) dx$; $\int_0^\infty x \sin x dx$.
2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $y = \ln x$, осью OX и прямой $x = 6$.
3. Найти площадь, ограниченной кривой $r = 4 \cos j$ в полярной системе координат.
4. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 8 \sin t \end{cases}$, $y = 4$ ($y \geq 4$).
5. Найти длину дуги кривой $y = \ln \cos x + 2$, $0 \leq x \leq \frac{p}{6}$.

6. Найти длину дуги кривой, заданной в параметрическом виде

$$\begin{cases} x = 6(\cos t + \sin t) \\ y = 6(\sin t - t \cos t) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq p.$$

7. Оценить интеграл, не вычисляя его $\int_0^{2p} \frac{dx}{10 + 2 \cos x}$.

8. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной осями координат и параболой $x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}}$. Предварительно найти отрезок интегрирования путем вычисления точек пересечения кривой с осями координат.

9. Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении вдоль прямой. Первое тело движется со скоростью $u(t) = (6t^2 + 2t) \frac{м}{с}$, второе – со скоростью $u(t) = (4t + 5) \frac{м}{с}$. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 5 сек?

Вариант 6.

1. $\int_{\sqrt{2}}^0 x^2 \sqrt{x^3 - 1} dx$; $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$; $\int_0^3 x \arctg x dx$; $\int_1^{\infty} \frac{2 + \arcsin \frac{1}{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$

2. Вычислить площадь сегмента, отсекаемого от кривой $y^2 = x^3 - x^2$ хордой $x = 2$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $r = 1 + \cos j$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 8(t - \sin t) \\ y = 6(\sin t - t \cos t) \end{cases}$ и $y = 12$ ($y \geq 12$).

5. Найти длину дуги кривой $y = 1 - \ln \cos x$.

6. Найти длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \\ p \leq t \leq 2p \end{cases}$$

7. Найти среднее значение функции $f(x) = \cos^2 x$ на отрезке $0 \leq x \leq p$.

8. Определить объем тела, образованного вращением вокруг оси ОУ фигуры, ограниченной линиями $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $y = b$, $y = -b$.

9. Скорость движения точки $u(t) = (12t^2 - 3t) \frac{м}{с}$. Вычислить путь, пройденный точкой от начала движения до её остановки. Найти закон ускорения движения точки в зависимости от времени t .

Вариант 7.

1. $\int_4^{13} \frac{dx}{\sqrt[4]{x-3}}$; $\int_0^{\frac{p}{6}} x \sin^2 x dx$; $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx$; $\int_2^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{(x^2-3)^3}}$
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $7x^2 - 9y + 9 = 0$ и $5x^2 - 9y + 27 = 0$.
3. Найти площадь фигуры в полярной системе координат $r = 2 \sin 4j$.
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 8 \sin t \end{cases}$ и $y = 4$ ($y \geq 4$).
5. Найти длину дуги кривой $y = \arcsin x - \sqrt{1-x^2}$, $0 \leq x \leq \frac{15}{16}$.
6. Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$, $\frac{p}{2} \leq t \leq \frac{2p}{3}$.
7. Вычислить среднее значение функции $f(x) = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ на отрезке $0 \leq x \leq 1$.
8. Вычислить среднее значение объема тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = e^x - 1$, $y = 2$, $x = 0$.
9. Вычислить силу давления воды на вертикальную треугольную пластинку с основанием b и высотой h , погруженную в воду так, что её вершина лежит на поверхности воды. Произвести расчет для $h = 9$ и $b = 4$ м, удельный вес жидкости g .

Вариант 8.

1. $\int_4^{13} \frac{dx}{\sqrt[4]{x-3}}$; $\int_0^{2p} \sin^4 x dx$; $\int_0^2 e^{2x} x dx$; $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}$
2. Найти площадь, заключенную между параболой $y = x^2 - 2x + 2$, касательной к ней в точке $M(3;5)$ и осью ординат.
3. Найти площадь области, ограниченной кривой $r = a(1 + \cos j)$ и лежащей вне кривой $r = 3a \cos j$.
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 9 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$, $y = 2$ ($y \geq 2$).
5. Найти длину дуги кривой $y = \ln \sqrt{x}$, $\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{15}$.

6. Найти длину дуги параметрической кривой $\begin{cases} x = 6(\cos t + t \sin t) \\ y = 6(\sin t - t \cos t) \end{cases}$
 $0 \leq t \leq p$.
7. Найти среднюю температуру стержня длины $l = 2\sqrt{2}$, если распределение температуры вдоль стержня имеет вид
 $T(x) = x^2 \sin 5x, -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$.
8. Найти объем тела, образованного при вращении фигуры, ограниченной линиями $y = e^x - 1, y = 2, x = 0$ вокруг оси ОУ.
9. Вычислить величину давления на полукруг радиуса R , вертикально погруженный в жидкость, если его диаметр лежит на свободной поверхности жидкости. Принять удельный вес жидкости равным g .

Вариант 9.

1. $\int_{-5}^4 \frac{dx}{\sqrt[4]{x+5}}; \int_0^{2p} \frac{dx}{4 + \cos^2 t}; \int_1^2 x \operatorname{arccotg} \frac{x}{2} dx; \int_1^{\infty} \frac{dx}{x + x^3}$
2. Найти площадь фигуры, заключенной между линиями $y = 4x^2, y = x^{\frac{2}{9}}$ и $y = 2$.
3. Найти площадь фигуры $r = \frac{1}{2} + \cos j$ в полярной системе координат.
4. Найти площадь, ограниченную линиями $\begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos t \\ y = 5\sqrt{2} \sin t \end{cases}$ и $y = 5 (y \geq 5)$.
5. Найти длину дуги кривой $y = \ln \cos x + 2, 0 \leq x \leq \frac{p}{6}$.
6. Найти длину дуги параметрической кривой $\begin{cases} x = 2,5(t - \sin t) \\ y = 2,5(1 - \cos t) \end{cases}, \frac{p}{2} \leq t \leq p$.
7. Оценить интеграл $\int_0^{\frac{p}{2}} \frac{dx}{1 + \sin^2 x}$, пользуясь теоремой о среднем значении.
8. Вычислить объем тела, полученный от вращения криволинейной трапеции, ограниченной линией $y = \arcsin x$ с основанием $[0;1]$ вокруг оси ОХ.
9. Тело брошено вертикально вверх с поверхности земли со скоростью $u(t) = (39,2 - 9,8t) \frac{м}{с}$. Найти наибольшую высоту подъема тела.

Вариант 10

1. $\int_{-1}^1 x\sqrt{2-x^2} dx, \int_0^{2p} \frac{dx}{2-\sin x}, \int_0^{p/3} x \cdot \operatorname{arctg}(x) dx, \int_0^2 \frac{dx}{x^2-4x+3}.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $y = \sqrt{4-x^2}$ и осью ОХ.

3. Найти площадь общей части фигур, ограниченных линиями, предварительно построив эти линии в полярной системе координат:

$$r = 3 + \cos 4j, r = 2 - \cos 4j.$$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 8 \sin t \end{cases}, y = 4 (y \geq 4).$

5. Найти длину дуги кривой $y = \ln \frac{5}{2x}, (\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}).$

6. Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = 3(\sin t - \sin 2t) \end{cases}, 0 \leq t \leq 2p.$

7. Оценить интеграл $\int_0^1 \sqrt{1+x^4} dx$ используя теорему о среднем значении.

8. Построить линию $y^2 = x(x-3)$. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси абсцисс трапеции, лежащей над осью ОХ и ограниченной этой линией.

9. Два тела движутся по прямой из одной и той же точки. Первое тело движется со скоростью $v(t) = (3t^2 - 6t)$ м/с, второе - со скоростью $v(t) = (10t + 20)$ м/с. В какой момент и на каком расстоянии от начальной точки произойдет их встреча?

Вариант 11

1. $\int_2^{10} \frac{x dx}{\sqrt[4]{2x^2-1}}, \int_0^{p/2} \frac{dx}{2+\cos x}, \int_0^1 \frac{\arcsin x dx}{\sqrt{1+x}}, \int_1^\infty \frac{dx}{x^2+2x}.$

2. Вычислить площадь двух частей, на которые круг $x^2 + y^2 = 8$ разделен параболой $y^2 = 2x$.

3. Найти площадь фигуры, ограниченной полярной осью и первым витком спирали Архимеда $r = aj$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной замкнутой кривой

$$\begin{cases} x = 2(2 \cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}, 0 \leq t \leq 2p.$$

5. Вычислить длину дуги цепной линии, заданной уравнением

$$y = 2(e^{x/4} + e^{-x/4}) \text{ от точки } x=0 \text{ до точки } x=4.$$

6. Найти длину дуги параметрической кривой $\begin{cases} x = e^t \sin t, \\ y = e^t \cos t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{p}{2}.$

7. Вычислить среднее значение функции $y = \cos(2x)$ на отрезке $[0; \pi/2]$.
8. Вычислить объем тела, образованного при вращении фигуры, ограниченной линиями $x = \sqrt{y}$, $5x - y - 4 = 0$, $x = 0$ вокруг оси ОУ.
9. Вычислить работу, необходимую для того, чтобы выкачать воду из полусферического котла с радиусом основания $R = 10$ м.

Вариант 12

1. $\int_0^{p/4} e^{\cos 3x} \sin 3x dx$, $\int_5^8 \frac{3x-4}{x^2-4} dx$, $\int_p^{p/2} x \sin 2x dx$, $\int_2^4 \frac{dx}{\sqrt[5]{(x-4)^3}}$.
2. Вычислить площадь каждой из фигур, ограниченных окружностью $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 8 = 0$ и параболой $y = x^2 + 6x + 10$.
3. Вычислить общую часть площади, заключенную между линиями $r = 2$ и $r = 2(1 + \cos j)$.
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 9 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$, и $y = 2(y^3)^2$.
5. Найти длину дуги кривой $y = x^2/4 - 1/2 \ln x$ ($1 \leq x \leq 2$).
6. Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$, $p/2 \leq t \leq 2p/3$.
7. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $xy = 4$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$, вокруг оси ОХ.
8. Вычислить среднее значение функции $f(x) = 10 + 2 \sin x + 3 \cos x$ на отрезке $[0, 2\pi]$.
9. Котел имеет форму параболоида вращения. Радиус основания равен R , а глубина котла равна H . Котел наполнен жидкостью с удельным весом γ . Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать жидкость из котла.

Вариант 13

1. $\int_1^{10} \sqrt{x-1} dx$, $\int_0^1 (x-3)e^{-x} dx$, $\int_0^1 \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+5}} dx$, $\int_{-1}^1 \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^5}} dx$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 6x + 10$, $y = 6x - x^2$.
3. Найти площадь, ограниченную кривой $r = \sin 3j$.
4. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$.
5. Вычислить длину дуги кардиоиды $r = 2(1 - \cos j)$.
6. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением $y = \ln \cos x + 2$, $(0 \leq x \leq p/6)$.

7. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ одного из криволинейных треугольников, образованных линиями $y = 0$, $y = \sin x$, $y = \cos x$.

8. Оценить интеграл $\int_0^p \sqrt{2 - \cos x} dx$.

9. Материальная точка движется со скоростью $u(t) = t/\sqrt{2 + 5t^2}$ м/с. Вычислить путь, пройденный ею за 10с.

Вариант 14

1. $\int_2^0 x\sqrt{4-x^2} dx$, $\int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{1+x}}$, $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$, $\int_3^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0,5x^2$, $y = 2x$.

3. Вычислить площадь, ограниченную линией $r = a \cos 2j$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$.

5. Вычислить длину дуги $y = -\ln \cos x$, $0 \leq x \leq 15/16$.

6. Определить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 1 - \cos t \\ y = 2 + \sin t \end{cases}$, $0 \leq t \leq 3\pi/2$.

7. Оценить интеграл $\int_0^p \frac{\sin x}{x} dx$.

8. Найти объем тела вращения, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - x^2$, $y = x^2$.

9. Материальная точка движется со скоростью $u(t) = t\sqrt{4 + t^2}$ м/с. Вычислить путь, пройденный ею за 20с.

Вариант 15

1. $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{\sqrt[5]{x^3}} dx$, $\int_0^2 \frac{dx}{(4+x^2)^{3/2}}$, $\int_2^3 x\sqrt{x^2-4} dx$, $\int_1^\infty \frac{x^3+1}{x^4} dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 20$, $x^2 + y^2 = 41$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = \frac{1}{2} + \cos j$
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t), y = 6, (y \geq 6). \\ 0 \leq x \leq 8p \end{cases}$$
5. Вычислить длину дуги кривой $y = 1 - \ln(x^2 - 1), 3 \leq x \leq 4$.
6. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 2.5(t - \sin t) \\ y = 2.5(1 - \cos t) \end{cases}, \frac{p}{2} \leq t \leq p$.
7. Оценить интеграл $\int_0^1 \sqrt[3]{4 - 3x^3} dx$, не вычисляя его.
8. Вычислить объем тела вращения, возникающего при вращении фигуры $y = 2x - x^2, y = -x + 2, x = 0$ вокруг оси ОХ.
9. Цилиндр диаметром 20 см и длиной 80 см заполнен паром под давлением 10 кг/см^2 . Какую работу надо затратить, чтобы уменьшить объем пара в два раза, считая, что температура пара остается постоянной?

Вариант 16

1. $\int_0^2 \frac{x}{\sqrt{1+2x^2}} dx, \int_2^3 \frac{x^2 dx}{(2+x)(x^2-3)}, \int_{\frac{p}{20}}^{\frac{p}{2}} x \cos x dx, \int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 + 2x} dx$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = (y - 2)^3, x = 4y - 8$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = 1 + \sqrt{2} \cos j$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}, y = 3, (0 < x < 4p, y \geq 3).$$
5. Вычислить длину дуги кривой $y = \operatorname{ch} x + 3, 0 \leq x \leq 1$.
6. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 4(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = 4(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}, 0 \leq t \leq p$.
7. Оценить интеграл $\int_0^{5/2} \frac{x^2 dx}{\sqrt{25 - x^2}}$, не вычисляя его.
8. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = 1 - x^2, x = 0, x = \sqrt{y - 2}, x = 1$ вокруг оси ОХ.

9. Вычислить среднюю температуру стержня длины $L=2$, если распределение температуры вдоль стержня подчиняется закону

$$T(x) = x^2 \cos 4x, \quad -1 \leq x \leq 1.$$

Вариант 17

$$1. \int_0^2 \frac{x^2}{1+x^3} dx, \int_1^2 \frac{2x dx}{(2+x)(x+3)}, \int_0^{\frac{p}{2}} \frac{\cos x}{2+\cos x} dx, \int_2^6 \frac{1}{(x-2)^2} dx.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $x = (y-2)^3, \quad x = 4y - 8.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = 1 + \sqrt{2} \sin j$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми

$$\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 6 \sin t \end{cases}, \quad y = 3(y \geq 3)$$

5. Вычислить длину дуги кривой $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{4}, \quad 1 \leq x \leq 2.$

6. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 10 \cos^3 t \\ y = 10 \sin^3 t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \frac{p}{2}.$

7. Доказать, что $\frac{p}{6} < \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2-x^3}} < \frac{p}{4\sqrt{2}}.$

8. Определить объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями $y = e^{1-x}, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 1.$

9. Определить удлинение тяжелого стержня конической формы, укрепленного основанием и обращенного вершиной вниз, если радиус основания R , высота конуса H и удельный вес материала стержня g .

Примечание: Относительное удлинение e стержня пропорционально напряжению s в соответствующем поперечном сечении $e = \frac{s}{E}$, где E -модуль Юнга.

Вариант 18

$$1. \int_0^1 x \sqrt{2-x^2} dx, \int_0^1 \frac{x dx}{(2+x)(9-x^2)}, \int_0^{\frac{p}{2}} -\frac{\sin x}{5+3 \sin x} dx, \int_0^2 \frac{1}{x^2+2x+1} dx.$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $x = 4 - (y-1)^2, \quad x = y^2 - 4y + 3.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми
 $r = \cos j, \quad r = \sin j, \quad 0 \leq j \leq p/2.$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos t \\ y = 5\sqrt{2} \sin t \end{cases}, y = 5, (y \geq 5).$
5. Вычислить длину дуги кривой $y = 2 + \operatorname{ch} x, 0 \leq x \leq 1$
6. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 8(\cos t + t \sin t) \\ y = 8(\sin t - t \cos t) \end{cases}, 0 \leq t \leq p/4.$
7. Вычислить среднее значение функции $f(x) = \frac{1}{x^2 + x}$ на отрезке $[1; 1,5]$
8. Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y^3 = x - 2, y = 0, y = 1$ вокруг оси ОУ.
9. Вычислить работу, затраченную на выкачивание воды из конического сосуда, основание которого горизонтально и расположено ниже вершины, если радиус основания r и высота h .

Ответ: $A = \frac{p r^2 h^2}{4}.$

Вариант 19

1. $\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}, \int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{1+x}}, \int_0^{\frac{p}{3}} x e^{2x} dx, \int_1^2 \frac{1-x}{(x^2+x+1)x} dx.$
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 2$ и $x^2 + y^2 = 5$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r = \sin^2 \frac{j}{2}$, расположенной справа от луча $j = \frac{p}{2}.$
4. Вычислить площадь, ограниченную кривыми $\begin{cases} x = 6(t - \sin t) \\ y = 6(1 - \cos t) \end{cases}, y = 9, (y \geq 9).$
5. Вычислить длину дуги кривой $y = \ln \sin x, \frac{p}{2} \leq x \leq \frac{2p}{3}.$
6. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 8 \sin^3 t \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{p}{6}.$
7. Оценить интеграл, не вычисляя его $\int_0^{2p} \frac{dx}{10 + 3 \cos x}.$
8. Вычислить объем тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной параболой $y = 2x - x^2$ и осью абсцисс, вокруг оси ординат.

9. Вычислить массу стержня длины 100 см, если линейная плотность стержня меняется по закону $d = (20x + 0,15x^2)$ г/см, где x -расстояние от одного из концов стержня.

Ответ: $M=150$ кг.

Вариант 20

1. $\int_0^{p/12} \frac{dx}{\operatorname{ctg} 3x}, \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{2x dx}{x^2 + 1}, \int_{-2}^1 \frac{dx}{(11+5x)^3}, \int_0^1 \frac{\sqrt{1+x} dx}{x+5}.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параблами $y=x^2-6x+10, y=6x-x^2$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r=3+2\cos 2j$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми

$$\begin{cases} x = 9 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}, y = 2 \ (y \geq 2).$$

5. Вычислить длину дуги кривой $y = 2 + \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{x-x^2}, \left(\frac{1}{4} \leq x \leq 1\right).$

6. Найти длину дуги кривой $r=2(1-\cos j), 0 \leq j \leq p$.

7. Оценить интеграл $\int_0^2 \frac{x^2+5}{x^2+2} dx$, не вычисляя его.

8. Найти объем тела вращения, полученного при вращении фигуры, ограниченной кривыми $y = \sqrt{x-1}, y=0, y=1, x=0,5$ около оси OY .

9. Сжатие пружины пропорционально приложенной силе. Вычислить работу силы при сжатии пружины на 5 см., если сила 0.05 кГ. сжимает ее на 1 см.

Вариант 21

2. $\int_0^{-2} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+2)^2}}, \int_{\ln 3}^{\ln 8} \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}, \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx, \int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)^{3/3}}.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2, 4y=x^2, y=4$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r=3\sin 2j$.

5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$\begin{cases} x = 9 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}, y = 2 \ (y \geq 2).$$

6. Вычислить длину дуги кривой $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x, 0 \leq x \leq p/6$.

7. Найти длину дуги кривой $\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}, 0 \leq t \leq 2p$.

8. Оценить интеграл $\int_0^1 \sqrt[3]{4-3x^2} dx$, не вычисляя его.

9. Определить объем тела вращения фигуры, образованной линиями $2x-x^2-y=0$, $2x^2-4x+y=0$ вокруг оси ОХ.
10. Скорость движения тела пропорциональна кубу времени. В конце 8-й секунды скорость тела равна 5 м/с. Чему равен путь, пройденный телом за 15с.?

Вариант 22

1. $\int_0^2 x\sqrt{4-x^2} dx$, $\int_1^e \ln^2 x dx$, $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$, $\int_0^{16} \sqrt{256-x^2} dx$.
2. Определить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy=1$, $x=y$, $y=4$.
3. Вычислить общую часть площади, ограниченную линиями в полярной системе координат $r=2(1+\cos j)$, $r=2$.
4. Вычислить площадь фигуры $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$, $p/2 \leq t \leq 2p/3$.
5. Вычислить длину дуги кривой $y = \frac{2}{5}x^4\sqrt{x} - \frac{2}{3}\sqrt[4]{x^3}$, $\left(0 \leq x \leq \frac{25}{9}\right)$.
6. Вычислить длину дуги кривой $r=7(1-\sin j)$, $-p/6 \leq j \leq p/6$.
7. Доказать, что $\frac{2}{5} \leq \int_1^2 \frac{x dx}{1+x^2} \leq \frac{1}{2}$.
8. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y^2=4-x$ и $x=0$ вокруг оси ОУ.
9. Определить давление воды на вертикальный параболический сегмент, основание которого равно 4 м и расположено на поверхности воды, а вершина лежит на глубине 4 м.

Вариант 23

1. $\int_0^{p/8} \operatorname{tg} 2x dx$, $\int_{\sqrt{2}}^1 \frac{x dx}{\sqrt[3]{2-x^2}}$, $\int_0^1 \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x - e^{-x}}}$, $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2-2x$, $y=x$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией в полярной системе координат $r=3\sin 2j$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}$, $0 \leq t \leq p$.
5. Вычислить длину дуги кривой $y = \arcsin e^{-x}$, $0 \leq x \leq 1$.
6. Вычислить длину дуги кривой $r=2e^{3/4j}$, $0 \leq j \leq p/3$.
7. Доказать, что $\frac{p}{4} \leq \int_{p/4}^{p/2} \sqrt{1+\cos^2} dx \leq \frac{p\sqrt{6}}{8}$.

8. Найти объем тела вращения, если вокруг оси ОУ вращается фигура, ограниченная линиями $y=(x-1)^2$, $y=1$.
9. Определить силу давления воды на вертикальную стенку, имеющую форму трапеции, нижнее основание которой $a=10$ м, верхнее $b=6$ м и высота $h=5$ м, если уровень погружения нижнего основания $s=20$ м.

Вариант 24

1. $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{2}} \frac{x dx}{\sqrt[3]{7-x^2}}$, $\int_0^{\infty} x^3 e^{-2x}$, $\int_0^4 x^2 \sqrt{16-x^2} dx$, $\int_0^1 \frac{x dx}{3+2\sqrt{x}}$.
2. Найти площадь фигуры между линией $y=xe^{-x^2/2}$ и ее асимптотой.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r=a(1+\sin j)$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$, $y=3$ ($y^3 3$).
5. Вычислить длину дуги линии $y=0,5x^2$, отсеченной прямой $y=2$.
6. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями $\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}$.
7. Оценить интеграл $\int_0^1 \sqrt[3]{4-3x^2} dx$, не вычисляя его.
8. Вычислить объем тела вращения, образованного вращением фигуры, образованной кривыми $y=x^2$ и $y^2=x$ около оси ОХ.
9. Какую работу надо затратить, чтобы тело массой m поднять с поверхности земли на высоту h ? Чему равна эта работа, если тело должно быть удалено в бесконечность?

Вариант 25

1. $\int_0^1 x^2 e^{x^2} dx$, $\int_{-2}^1 \frac{dx}{(11+5x)^2}$, $\int_0^1 \frac{\sqrt{x+1} dx}{x+5}$, $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2x$ и $y = x$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией в полярной системе координат $r=4+\cos 2\varphi$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = \sqrt{2} \cos t \\ y = 2\sqrt{2} \sin t \end{cases}$, $y = 2, (y \geq 2)$.
5. Вычислить длину дуги кривой $y^2=4/9(2-x)^3$, отсеченной прямой $x = -1$.
6. Вычислить длину дуги параметрической кривой $\begin{cases} x = 3(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = 3(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}$.

7. Оценить интеграл $\int_0^1 \sqrt[3]{5-4x^2} dx$, не вычисляя его.

8. Вычислить объем тела вращения, образованного дугой кривой $x^{\frac{2}{3}} = y$ при ее вращении вокруг оси ОУ от $x=y=0$ до $x=3$.

9. Вычислить кинетическую энергию диска массы М и радиуса R, вращающегося с угловой скоростью ω около оси, проходящей через его центр, перпендикулярно к его плоскости.

Вариант 26

1. $\int_0^{p/2} \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x} dx, \int_0^\infty x^2 e^{-x^3} dx, \int_0^2 \frac{x^2 dx}{1+x^3}, \int_0^1 \frac{x^2 dx}{(x+1)(x^2+1)}.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=4+x, x+3y=0$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r=\cos 2j$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=8(t-\sin t) \\ y=8(1-\cos t) \end{cases},$

$$y=12, (y \geq 12), (0 \leq x \leq 16p).$$

5. Вычислить длину дуги параболы $y=x^2/2-1$, отсеченной осью ОХ.

6. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x=8(\cos t + t \sin t) \\ y=8(\sin t - t \cos t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \frac{p}{4}.$

7. Оценить интеграл $\int_{p/4}^{p/2} \frac{\cos x}{x} dx$, не вычисляя его.

8. Найти объем тела, образующегося при вращении фигуры, ограниченной линиями около оси ОУ: $y = \sqrt{x-1}, y = 0, y = 1, x = 0,5$.

9. Какую работу надо затратить, чтобы остановить железный шар радиуса R, вращающийся с угловой скоростью вокруг своего диаметра?

Вариант 27.

1. $\int_0^1 x e^{2x^2} dx, \int_0^p x \cos \frac{x}{3} dx, \int_0^\infty \sqrt{x} e^{-x} dx, \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{(1+x^2)^{3/2}}.$

2. Вычислить площади фигур, ограниченных графиком функций $y = (x-2)^3, y = 4x-8$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $r = \sin j, r = 2 \sin j$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=6 \cos t \\ y=2 \sin t \end{cases},$

$$y = \sqrt{3} \quad (y \geq \sqrt{3}).$$

5. Найти длину дуги кривой $y = \ln(1 - x^2)$ от точки $x = -\frac{1}{2}$ до $x = \frac{1}{2}$.

6. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}, p \leq t \leq 2p.$

7. Оценить интеграл $\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{1 + x^3}}$, не вычисляя его.

8. Вычислить объем тела вращения, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2, y = 2 - x, x = 0$ вокруг оси ОХ.

9. Пружина имеет длину 20 см. Сила в 10 кГ растягивает ее на 2 см. Определить работу, затраченную на растяжение пружины от 25 до 35 см.

Вариант 28.

1. $\int_{-1}^{-6} \sqrt{3 - x} dx, \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(x + 1)}, \int_0^{p/4} \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx, \int_0^1 \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = \arccos x, x = 0, y = 0.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $r = \cos j + \sin j.$

4. Определить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 6(t - \sin t) \\ y = 6(1 - \cos t) \end{cases},$
 $y = 9, (y \geq 9), 0 \leq x \leq 12.$

5. Найти длину дуги кривой $y = -\ln \cos x, 0 \leq x \leq \frac{p}{4}.$

6. Определить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}, \frac{p}{2} \leq t \leq \frac{2p}{3}.$

7. Оценить интеграл $\int_0^{1.5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27 + x^3}},$ не вычисляя его.

8. Определить объем тела вращения фигуры, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 4, y = \pm 2$ около оси ОУ.

9. Аквариум имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Найти силу давления воды (плотность воды 1000 Кг/м³), наполняющей аквариум, на одну из 4-х его вертикальных стенок, размеры которой 0,4 х 0,7 м.

Вариант 29

1. $\int_0^1 \frac{x dx}{1 + x^4}, \int_2^8 \frac{dx}{\sqrt{x}}, \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^4} dx, \int_0^{\infty} x^2 e^{-x/2} dx.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x, y = \cos x, x = 0.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r=5(1-\sin j)$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$.
5. Вычислить длину дуги кривой $y = \ln \sin x$ от $x=\pi/3$ до $x=\pi/2$.
6. Вычислить длину одной арки циклоиды $\begin{cases} x = 9(t - \sin t) \\ y = 9(1 - \cos t) \end{cases}$.
7. Доказать, что $9 \leq \int_8^{18} \frac{x+1}{x+2} dx \leq 9,5$, не вычисляя интеграла.
8. Найдите объем тела, образованного вращением параболы $y^2=4ax$ вокруг оси ОХ от ее вершины до точки $x=3a$.
9. Материальная точка движется со скоростью $u(t) = \operatorname{arctg} t$ м/с. Вычислить путь, пройденный за 20 секунд с момента начала движения.

Вариант 30

1. $\int_1^3 x^2 \sqrt{x^2 - 1} dx, \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} dx, \int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx, \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-x^2} dx.$
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=(1/4)x^2, y=3x-x^2/2$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $r=\cos j - \sin j$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x = 8(t - \sin t) \\ y = 8(1 - \cos t) \end{cases}$,
 $y=12, (y^3 12), 0 < x < 16\pi$.
5. Вычислить длину дуги кривой $y = \ln 7 - \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}$.
6. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x = 3 \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}, \pi/6 \leq t \leq \pi/4$.
7. Оценить интеграл $\int_0^1 \sqrt{1+2x^3} dx$, не вычисляя его
8. Найти объем тела вращения, если вокруг оси ОУ вращается фигура, ограниченная линиями $y=(x-1)^2, y=1$.
9. Какую работу затрачивает подъемный кран при извлечении железобетонной надолбы со дна реки глубиной в 5 м, если надолба имеет форму правильного тетраэдра с ребром в 1 м, а удельный вес железобетона 2500 кг/м^3 .

Вариант 31

1. $\int_1^2 \frac{1}{x^2} e^{1/x} dx, \int_2^4 x^2 \sqrt[3]{x^3 - 8} dx, \int_1^2 x \ln(x+1) dx, \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y=16/x^2$, $y=17-x^2$, $(x \geq 0, y \geq 0)$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $r=1/2+\sin j$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=10(t-\sin t) \\ y=10(1-\cos t) \end{cases}$, $y=15$, $(y^3 \leq 15)$, $0 \leq x \leq 20$.
5. Вычислить длину дуги кривой $y=\ln(x^2-1)$, $2 \leq x \leq 3$.
6. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x=3(t-\sin t) \\ y=3(1-\cos t) \end{cases}$, $p \leq t \leq 2p$.
7. Доказать, что $\frac{2}{5} \leq \int_1^2 \frac{x dx}{x^2+1} \leq \frac{1}{2}$.
8. Вычислить объем тела вращения, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y=-x^2+5x-6$, $y=0$ вокруг оси ОХ.
9. Водопроводная труба имеет диаметр 6 см., один конец ее соединен с баком, в котором уровень воды на 100 см выше верхнего края трубы, а другой закрыт заслонкой. Найти полное давление на заслонку.

Вариант 32

1. $\int_4^{13} \frac{dx}{\sqrt[4]{x-3}}$, $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx$, $\int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$, $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$.
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x=y^2+2y$, $x=(y+2)^2$, $x=-y$, $(-1 \leq x \leq 1)$.
3. Вычислить общую часть фигуры, образованную линиями $r^2=4\cos 2j$, $r=\sqrt{2}$.
4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $\begin{cases} x=9\cos t \\ y=4\sin t \end{cases}$, $y=2$, $(y^3 \leq 2)$.
5. Вычислить длину дуги кривой $y=5+\arcsin x - \sqrt{1-x^2}$, $0 \leq x \leq 1$.
6. Вычислить длину дуги кривой $\begin{cases} x=3,5(2\cos t - \cos 2t) \\ y=3,5(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}$, $0 \leq t \leq p/2$.
7. Оценить интеграл, не вычисляя его $\int_0^p \frac{\sqrt{x} dx}{x+2}$.

8. Вычислить объем тела вращения, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями $y=x^2+1$, $y=x$, $x=0$, $x=1$ вокруг оси OY .
9. Цилиндр диаметром 20 см. длиной 80 см. заполнен паром под давлением 10 кг/см². Какую работу надо затратить, чтобы уменьшить объем пара в два раза, считая, что температура пара остается постоянной?