СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ

1. Вероятность элементарного события.

$$\boxed{P(A)=\frac{M}{N}},$$

где M – количество благоприятных для события A исходов;
N – общее число исходов.

Число исходов может быть вычислено с помощью построения поля событий или по формулам комбинаторики:

1) Перестановки $\boxed{P_k = k!}$

- число способов перестановки k элементов;

2) Сочетания $\boxed{C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)}{1\ \cdot\ 2\ \cdot\ 3\cdot\ \ldots\ \cdot k}}$

- число способов выбора k элементов из данных n элементов (порядок следования элементов произволен).

3) Размещения $\boxed{A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-k+1)}$

- число способов выбора k элементов из данных n элементов (порядок следования элементов фиксирован).

4) Размещения с повторением $\boxed{B_n^k = n^k}$

2. Сумма, произведение вероятностей.

Теорема сложения (*A* или *B*).

1) Для несовместных событий:

$$\boxed{P(A+B)=P(A)+P(B)}.$$

2) Для совместных событий:

$$\boxed{P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)}$$

Теорема умножения (*A* и *B*).

1) Для независимых событий:

$$\boxed{P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)}.$$

2) Для зависимых событий:

$$\boxed{P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B/A)=P(B)\cdot P(A/B)}.$$

События A и B независимы, если их условные вероятности совпадают с безусловными.

3. Вероятность наступления «хотя бы одного события».

Событие A – хотя бы одно из событий наступило;
событие $\bar{A}$ – ни одно из событий не наступило;

$$\boxed{P(A)=1-P(\bar{A})}$$

4. Формула полной вероятности.

$$\boxed{P(A)=\sum_i P(H_i)\cdot P(A/H_i)}$$

Нахождение вероятности события A, происходящего при различных предположениях (гипотезах) H_i.

5. Формула Байеса.

$$\boxed{P(H_i/A)=\frac{P(H_i)\cdot P(A/H_i)}{\sum_i P(H_i)\cdot P(A/H_i)}}$$

Нахождение апостериорных вероятностей гипотез H_i при известном исходе события A.

6. Схема испытаний Бернулли.

Нахождение вероятности k успехов в n независимых испытаниях при одинаковой вероятности p наступления события в каждом испытании

1. Формула **Бернулли**

$$\boxed{P_n(k)=C_n^k\cdot p^k\cdot q^{n-k}}, \qquad \text{где } q=1-p.$$

2. Формула **Пуассона**

$$\boxed{P_n(k)=\frac{a^k\cdot e^{-a}}{k!}}, \qquad \text{где } a=n\cdot p.$$

3. Локальная формула **Лапласа**

$$\boxed{P_n(k)=\frac{1}{\sigma}\varphi\left(\frac{k-a}{\sigma}\right)}, \qquad a=n\cdot p,\ \sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot q},$$

$\varphi(x)$ четная функция, значения которой приведены в табл.1задачника Гмурмана.

4. Интегральная формула **Лапласа**

$$\boxed{P_n([k_1,k_2])=\Phi\left(\frac{k_2-a}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{k_1-a}{\sigma}\right)}, \qquad a=n\cdot p,$$

$\sigma=\sqrt{n\cdot p\cdot q}$,

$\Phi(x)$ нечетная функция, значения которой приведены в табл.2 задачника Гмурмана.

СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Дискретная случайная величина (ДСВ).

Задается с помощью **закона распределения** (ряда распределения) – таблицы с возможными значениями СВ (расположенными в возрастающем порядке) и соответствующими им вероятностями.

x_i	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$p_i = p(x_i)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

Числовые характеристики дискретной СВ.

1. **Математическое ожидание** – ожидаемое среднее значение СВ.

$$\boxed{M_X = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot p_i}$$

2. **Дисперсия** – математическое ожидание квадрата отклонения СВ от ее математического ожидания – ожидаемый квадрат разброса значений СВ вокруг среднего.

$$\boxed{D_X = \sum_{i=1}^{n} (x_i)^2 \cdot p_i - (M_X)^2}$$

3. **Среднее квадратическое отклонение** – линейная характеристика разброса

$$\boxed{\sigma_X = \sqrt{D_X}}.$$

Замечание: если дискретная СВ имеет **биномиальное распределение**, т.е. вероятности находятся по формулам: $p_i = P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$,

то числовые характеристики находятся по формулам:

$$\boxed{M(X) = n \cdot p; \quad D(X) = n \cdot p \cdot q}.$$

Функция распределения.

Вероятность того, что значения СВ меньше заданного $F(x) = P\{X < x\}$.

Графически – ступенчатая функция, скачки которой равны вероятностям в данной точке.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad -\infty < x < x_1 \\ p_1 & ; \quad x_1 < x \le x_2 \\ p_1 + p_2 & ; \quad x_2 < x \le x_3 \\ \dots & \quad \dots \\ p_1 + p_2 + \dots + p_n; & \quad x_n < x < \infty \end{cases}$$

Вероятность попадания на интервал.

Сумма вероятностей значений СВ, попадающих на заданный интервал

$$\boxed{P\{a < x < b\} = \sum_i p(x_i)}$$

Непрерывная случайная величина (НСВ).

Задается с помощью функции плотности распределения (дифференциальной функции) $f(x)$.

Свойства: 1) $f(x) \ge 0$

2) $\boxed{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1}$.

Числовые характеристики непрерывной СВ.

1. **Математическое ожидание** – ожидаемое среднее значение СВ.

$$\boxed{M_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)\, dx}$$

2. **Дисперсия** – математическое ожидание квадрата отклонения СВ от ее математического ожидания – ожидаемый квадрат разброса значений СВ вокруг среднего.

$$\boxed{D_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x)\, dx - (M_X)^2}$$

3. **Среднее квадратическое отклонение** – линейная характеристика разброса

$$\boxed{\sigma = \sqrt{D(X)}}.$$

4. **Медиана** Me - абсцисса точки, которая делит площадь под кривой функции плотности пополам.

$$\boxed{\int_{-\infty}^{Me} f(x)dx = \int_{Me}^{+\infty} f(x)dx = \frac{1}{2}}$$

5. **Мода** Mo - абсцисса точки максимума функции плотности распределения (может быть несколько, а может не быть ни одной).

Функция распределения (интегральная функция).

Вероятность того, что значения СВ меньше заданного $F(x) = P\{X < x\}$.

$$\boxed{F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx}; \qquad (\ f(x) = F'(x)\ )$$

Свойства: 1) $F(x)$ непрерывная неубывающая функция

2) $\boxed{0 \le F(x) \le 1, \qquad F(-\infty) = 0,\ F(+\infty) = 1}$.

Вероятность попадания на интервал.

$$\boxed{P\{a < x < b\} = \int_a^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)}$$