

Нулевой вариант контрольной работы №1. (20 баллов)

Задача 1.

Задачи на нахождение области определения функции двух переменных.

а) Найти и изобразить область определения функции $z = \frac{\sqrt{4x - y^2}}{\ln(1 - x^2 - y^2)}$.

Задача 2.

Задачи на нахождение частных производных первого порядка (одна из задач).

а) Найти частные производные функции: $\frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}$, где $z = e^{u^2 - 3v}$; $u = \frac{x^2}{y}$; $v = \sqrt{x} \sin y$;

б) Найти производную функции: $\frac{dz}{dy}$, где $z = \arctg(\frac{y}{x^2})$; $x = \sqrt{y} \cdot \sin y$;

в) Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}$ функции $xe^y + yz^{xz} = 0$;

г) Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = (\cos 3y)^{\sin^5(\frac{2}{x})}$;

д) Найти полный дифференциал первого порядка dz функции $z = (\cos xy^2)^y$;
подобные задачи.

Задача 3.

Прикладные задачи, использующие частные производные первого порядка (одна из задач).

а) Найти $\overrightarrow{grad}(u)$ в точке $M(1;1;2)$, где $u = x^2y - 3xy^3 + y^4z$;

б) Найти производную функции $z = x^3y - 2y + 3y/x^2$ в точке $M(1,1)$ в направлении ее градиента;

в) Найти производную функции $u = x^3y - 2xy^2 + 3yz$ в точке $M(1,1,2)$ в направлении вектора $\vec{a} = \{1; -1; 2\}$.

г) Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \ln(2x + 3y^2 + 1)$ в точке $M(1;3;?)$;
подобные задачи.

Задача 4.

Задачи на нахождение частных производных высшего порядка (одна из задач).

а) При каком значении параметра a функция $z = y + \frac{y}{x}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a \frac{y}{x}.$$

б) Дана функция $z = x^2 \sin(x/y)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$;

подобные задачи.

Задача 5.

Задачи на нахождение экстремумов функций.

а) Найти экстремумы функции $z = 4y - \frac{3y^2}{2} + \frac{y^3}{3} + 4xy + 8x^2 + 16x - 10$.