Нулевой вариант контрольной работы №3.

Задача 1.

Задачи на нахождение частных производных первого порядка.

а) Найти частные производные функции: $\frac{\partial z}{\partial x};\frac{\partial z}{\partial y}$, где $z=e^{u^2-3v}$; $u=\frac{x^2}{y}$; $v=\sqrt{x}\sin y$;

б) Найти производную функции: $\frac{dz}{dy}$, где $z=\operatorname{arctg}(\frac{y}{x^2})$; $x=\sqrt{y}\cdot\sin y$;

в) Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x};\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $xe^{y}+ye^{xz}=0$;

г) Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x};\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z=(\cos 3y)^{\sin^5\left(\frac{2}{x}\right)}$;

д) Найти $grad(u)$ в точке М(1;1;2), где $u=x^2y-3xy^3+y^4z$;

е) Найти производную функции $z=x^3y-2y+3y/x^2$ в точке $M(1,1)$ в направлении ее градиента;

ж) Написать уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $z=\ln(2x+3y^2+1)$ в точке М(1;3;?) .

д) Найти полный дифференциал первого порядка dz функции $z=\left(\cos xy^2\right)^y$.

Задача 2.

Задачи на нахождение частных производных высшего порядка.

а) При каком значении параметра a функция $z=y+\frac{y}{x}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}-2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=a\frac{y}{x}.$$

б) Дана функция $z=x^2\sin(x/y)$. Показать, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$.

Задача 3.

Задачи на нахождение экстремумов функций.

а) Найти экстремумы функции $z=4y-\frac{3y^2}{2}+\frac{y^3}{3}+4xy+8x^2+16x-10$.

Задача 4.

Задачи на изменение порядка интегрирования в повторном интеграле.

а) Построить область, на которую распространяется интеграл и изменить порядок интегрирования

$$\int_{-1}^{1}dy\int_{0}^{y^2}f(x,y)dx.$$

б) Построить область, на которую распространяется интеграл и изменить порядок интегрирования

$$\int_{0}^{1}dy\int_{0}^{y}f(x,y)dx+\int_{1}^{2}dy\int_{0}^{\sqrt{2-y}}f(x,y)dx.$$

в) Построить область, на которую распространяется интеграл и изменить порядок интегрирования

$$\int_{-2}^{-\sqrt{3}}dx\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{0}f(x,y)dy+\int_{-\sqrt{3}}^{0}dx\int_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0}f(x,y)dy.$$