

# Образец экзаменационного билета

(Механики, II семестр).

## Билет №0

1. Вычислить неопределенные интегралы.

а)  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x^3 + 25}}$ ;      б)  $\int (2x+3) \cos 6x dx$ ;      в)  $\int \frac{dx}{3 \cos x - \sin x - 4}$

(из трех интегралов будет 2)

2. Приложения определенных и несобственных интегралов: площади, длины дуг, объемы тел вращения; координаты любые).

Вычислить площадь, ограниченную линиями

$$\begin{cases} y = 4 - (x-1)^2 \\ y = x^2 - 4x + 3 \end{cases}$$

3. Исследовать числовой ряд на сходимости

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2 + 1}{n^3 + 1} \right)^{2n}$$

4. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{3^n \cdot n \cdot \ln(n+1)}$$

5. Разложить функцию  $y = \sqrt[3]{8-x^3}$  в ряд в окрестности точки  $x_0 = 0$  (по степеням  $x$ ) с помощью стандартных разложений. Найти интервал сходимости полученного ряда.

6. Вопрос теории (ответ должен быть проиллюстрирован примером).

## ОТВЕТЫ

1.а)  $\frac{2}{3} \ln |x^{3/2} + 25| + C$

1.б)  $\frac{1}{6} (2x+3) \sin 6x + \frac{1}{18} \cos 6x + C$

1.в)  $-\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \operatorname{arctg} \frac{7 \operatorname{tg} \left( \frac{x}{2} \right) + 1}{\sqrt{6}} + C$

2.  $S = 9$

3. ряд сходится

4.  $x \in [-2; 4)$

5.  $y = 2 \left( 1 - \frac{1}{1! \cdot 24} x^3 + \frac{2}{2! \cdot 24^2} x^6 - \frac{2 \cdot 5}{3! \cdot 24^3} x^9 + \dots \right) = 2 \left( 1 - \frac{1}{1! \cdot 24} x^3 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (3n-4)!!}{n! \cdot 24^n} x^{3n} \right); \quad |x| < 2$