

СПИСОК ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ ПО  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

1. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ). Его общее, частное, особое решение. Порядок дифференциального уравнения. Общий интеграл. Изоклины.
2. Задача Коши для ОДУ первого порядка. Теорема Коши. Привести примеры существования единственного и неединственного решения. Когда решение задачи Коши может не существовать? Понятие о взрывных решениях и теории катастроф.
3. Типы ОДУ первого порядка. Приемы интегрирования ОДУ первого порядка.
4. Огибающая семейства кривых и особые решения.  $S$ -дискриминантная кривая и  $p$ -дискриминантная кривая. Способы отыскания особых решений.
5. ОДУ  $n$ -го порядка, постановка задачи Коши и теорема Коши о существовании единственности его решения. Типы уравнений, допускающих понижение порядка.
6. Линейные ОДУ  $n$ -го порядка. Однородные и неоднородные ЛОДУ, структура их общего решения. Математическая модель малых колебаний.
7. Линейно зависимые и независимые системы функций. Вронскиан и его свойства. Фундаментальная система решений ЛОДУ.
8. ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Вид общего решения в случае простых, кратных и комплексных корней характеристического уравнения. Обоснование и примеры.
9. Неоднородные линейные ОДУ  $n$ -го порядка. Метод вариации произвольной постоянной и метод неопределенных коэффициентов.
10. Однородное и неоднородное уравнение Эйлера.
11. Приемы решения линейных ОДУ  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Формула Остроградского-Лиувилля.
12. Эквивалентность ОДУ  $n$ -го порядка и системы ОДУ 1-го порядка. Постановка задачи Коши и формулировка теоремы Коши о существовании и единственности решения системы ОДУ.
13. Системы линейных ОДУ с постоянными коэффициентами. Однородные и неоднородные системы. Теорема о структуре решения неоднородной системы.
14. Автономные линейные однородные системы ОДУ. Характеристическое уравнение. Представление решения в случае простых, кратных и комплексных корней.

15. Неоднородные системы ЛОДУ. Метод вариации произвольных постоянных и метод неопределенных коэффициентов.
16. Устойчивость системы ОДУ по Ляпунову и асимптотическая устойчивость. Простейшие признаки для определения устойчивости положения равновесия системы на плоскости.
17. Классификация Пуанкаре положений равновесия автономной системы ОДУ на плоскости.
18. Устойчивость системы ОДУ по первому приближению. Идея применения Т.Ляпунова об устойчивости по первому приближению и пример, когда она не работает.
19. Функция Ляпунова и ее свойства. Т.Ляпунова об устойчивости системы и Т.Четаева. Исследование устойчивости системы ОДУ с помощью функции Ляпунова.