

СПИСОК ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ (II семестр)

1. Понятие и свойства ранга матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема о базисном миноре.
2. Понятие и свойства ранга матрицы. Теорема о приведении матрицы к упрощенному виду.
3. Системы линейных алгебраических уравнений. Понятия матрицы системы, расширенной матрицы системы, совместности системы. Теорема о существовании и единственности решения системы из n уравнений с n неизвестными.
4. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Понятие базисных и свободных переменных, фундаментальной системы решений и фундаментальной матрицы. Свойство общего решения однородной СЛАУ.
5. Неоднородные системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Теорема об общем решении СЛАУ.
6. Понятие линейного пространства и аксиомы. Простейшие свойства линейных пространств.
7. Изоморфизм линейных пространств.
8. Понятие линейного подпространства и линейной оболочки. Сумма, пересечение и прямая сумма подпространств. Теорема о прямой сумме.
9. Понятие линейного подпространства и линейной оболочки. Сумма, пересечение и прямая сумма подпространств. Формула Грассмана.
10. Понятие линейного отображения и преобразования. Множество значений, ядро отображения, их свойства. Матрица отображения. Координатная запись линейного отображения.
11. Понятие линейного отображения и преобразования. Множество значений, ядро, ранг и матрица отображения. Различные виды отображений и их свойства.
12. Инвариантные подпространства линейного преобразования. Собственные значения и собственные векторы. Теорема о существовании собственного вектора линейного преобразования комплексного пространства.
13. Инвариантные подпространства линейного преобразования. Собственные значения и собственные векторы. Теорема о линейной независимости собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям линейного преобразования

вещественного линейного пространства. Вид матрицы диагонализированного преобразования.

14. Инвариантные подпространства линейного преобразования. Собственные значения и собственные векторы. Свойство собственных векторов, соответствующих кратным собственным значениям линейного преобразования вещественного линейного пространства. Вид матрицы преобразования в различных базисах.

15. Скалярное произведение в вещественном n -мерном пространстве. Понятие евклидова пространства. Понятие длины вектора, угла между векторами, ортогональности векторов евклидова пространства. Обобщенная теорема Пифагора.

16. Скалярное произведение в вещественном n -мерном пространстве. Понятие евклидова пространства. Понятие длины вектора. Неравенство Коши-Буняковского в евклидовом пространстве, неравенство треугольника.

17. Скалярное произведение в комплексном n -мерном пространстве. Понятие унитарного пространства. Понятие длины вектора. Неравенство Коши-Буняковского в унитарном пространстве.

18. Координатная запись скалярного произведения, матрица Грамма в евклидовом и унитарном пространстве. Связь матриц Грамма в различных базисах.

19. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Свойство линейной независимости конечной системы ненулевых ортогональных векторов. Геометрический смысл ряда Фурье и его коэффициентов.

20. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Процесс ортогонализации.

21. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Ортогональные и унитарные матрицы. Свойство матрицы перехода при замене ортонормированного базиса на ортонормированный. Геометрический смысл ряда Фурье и его коэффициентов.

22. Ортогональные векторы. Ортогональные подпространства. Ортогональные дополнения подпространств и их свойства. Ортогональная проекция вектора на подпространство. Свойство минимальности расстояния.

23. Преобразования евклидовых и унитарных пространств. Оператор, сопряженный к данному, его матрица. Существование и единственность сопряженного оператора.

24. Самосопряженное преобразование, его матрица. Свойства собственных значений и собственных векторов самосопряженного оператора.

25. Самосопряженное преобразование, его матрица. Основное свойство самосопряженного оператора.
26. Ортогональный (унитарный) оператор, его матрица. Необходимое и достаточное условие ортогональности (унитарности) оператора. Основное свойство унитарного оператора.
27. Самосопряженный оператор, его матрица. Ортогональный (унитарный) оператор, его матрица. Полярное разложение.
28. Линейная форма на линейном пространстве, ее координатная строка. Билинейная форма на линейном пространстве, ее матрица. Связь матриц билинейной формы в различных базисах. Симметричные билинейные формы, свойство их матриц.
29. Билинейная форма на линейном пространстве, ее матрица. Симметричные билинейные формы, квадратичные формы, их матрицы. Диагональный и канонический вид квадратичной формы. Ранг, положительный и отрицательный индексы квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.
30. Симметричные билинейные формы, квадратичные формы, их матрицы. Диагональный и канонический вид квадратичной формы. Теорема о приведении квадратичной формы к диагональному виду.
31. Симметричные билинейные формы, квадратичные формы, их матрицы. Положительно, отрицательно определенные и полуопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
32. Преобразование, присоединенное к билинейной форме. Теорема о существовании ортонормированного базиса, в котором квадратичная форма диагональна. Теорема об одновременном приведении пары квадратичных форм к диагональному виду.