

Экзаменационный билет №0

1. (12 баллов) Теоретический вопрос из списка вопросов по теории.

2. (7 баллов) Линейное отображение задано матрицей A .

а) Найти его ранг, ядро и множество значений.

б) Найти образ вектора $(0, 1, 2)^T$.

в) Выяснить, является ли данное отображение инъективным, сюръективным, биективным.

г) Сформулировать определения понятий, фигурирующих в условии задачи.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 2 \\ -3 & -2 & 2 \\ 4 & -1 & 1 \\ 6 & 5 & -5 \end{pmatrix}$$

3. (7 баллов) Подпространство L пространства E_3 задано системой уравнений

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x - 3y + 4z = 0 \end{cases}, \text{ подпространство } M - \text{уравнением } 2x + 3y - 4z = 0.$$

а) Найти матрицу проектирования пространства E_3 на подпространство L параллельно подпространству M .

б) Найти собственные значения и собственные векторы данного оператора.

в) Записать матрицу оператора в базисе из собственных векторов, если он существует.

г) Указать инвариантные подпространства данного оператора, если они имеются.

д) Проверить, является ли оператор самосопряженным, ортогональным (ответ обосновать).

4. (7 баллов) Построить ортонормированный базис в линейной оболочке векторов

$$(2, 1, 3, -1)^T, (7, 4, 3, -3)^T, (1, 1, -6, 0)^T, (5, 7, 7, 8)^T.$$

5. (7 баллов) Проверить, что по меньшей мере одна из двух данных квадратичных форм является знакоопределенной. Найти замену координат, приводящую эти две формы одновременно к диагональному виду, и записать этот диагональный вид обеих форм.

$$f = x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2, \quad g = 2x_1x_2 - \frac{7}{2}x_1^2 - x_2^2.$$