

## ОТВЕТЫ КО ВТОРОМУ ЗАДАНИЮ

### 1. Прямая на плоскости.

№1.  $\mathbf{r}_0 + \frac{D - (\mathbf{r}_0, \mathbf{n})}{(\mathbf{a}, \mathbf{n})} \mathbf{a}$ .    №2. 1)  $\mathbf{r}_0 + \frac{D - (\mathbf{r}_0, \mathbf{n})}{|\mathbf{n}|^2} \mathbf{n}$ ; 2)  $\mathbf{r}_0 + 2 \frac{D - (\mathbf{r}_0, \mathbf{n})}{|\mathbf{n}|^2} \mathbf{n}$ .

№3. 2 прямые:  $4x - y + 9 = 0$  и  $2x + 3y - 13 = 0$ .    №4. (7, 6) или  $(-3, -2/3)$ .

№5. *Решение.* Проведем через точку  $A(1, 2)$  прямую, перпендикулярную прямой  $3x - y + 9 = 0$ . Ее параметрические уравнения  $x = 1 + 3t$ ,  $y = 2 - t$  (так как направляющий вектор имеет координаты  $(3, -1)$ ). Пусть  $A_1$  – искомая проекция. Обозначим через  $t_0$  значение параметра  $t$  на прямой  $x = 1 + 3t$ ,  $y = 2 - t$ , соответствующее точке пересечения с прямой  $3x - y + 9 = 0$  (т.е. точке  $A_1$ ). Найдем это значение  $t_0$  из уравнения  $3(1 + 3t_0) - (2 - t_0) + 9 = 0$ , откуда  $t_0 = -1$ . Тогда искомая проекция имеет координаты  $(-2, 3)$ . Далее, так как вектор  $\overline{A_1 B} = \overline{AA_1}$  имеет координаты  $(-3, 1)$ , то точка  $B$  имеет координаты  $(-5, 4)$ .

№6.  $x - 3y + 7 = 0$ .    №7.  $x = 2 + y(2 + \sqrt{3})$ ,  $x = 2 + y(2 - \sqrt{3})$ .    №8.  $x + 3y + 9 = 0$ .

### 2. Прямая и плоскость в пространстве.

№9. 1)  $[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2] \neq \mathbf{0}$ ,  $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) = 0$ ; 2)  $[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2] \neq \mathbf{0}$ ,  $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2) \neq 0$ ; 3)  $[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2] = \mathbf{0}$ ,  $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \mathbf{a}_1) \neq \mathbf{0}$ ; 4)  $[\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2] = \mathbf{0}$ ,  $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \mathbf{a}_1) = \mathbf{0}$ .    №10. 1)  $\mathbf{r}_0 + \frac{D - (\mathbf{r}_0, \mathbf{n})}{(\mathbf{a}, \mathbf{n})} \mathbf{a}$ ;

2)  $\frac{[a, b]}{|\mathbf{a}|^2} + \frac{D|\mathbf{a}|^2 - (\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{n})}{|\mathbf{a}|^2 (\mathbf{a}, \mathbf{n})} \mathbf{a}$ .    №11. 1)  $\mathbf{r}_1 + \frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1, \mathbf{a})}{|\mathbf{a}|^2} \mathbf{a}$ ; 2)  $2\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0 + 2 \frac{(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1, \mathbf{a})}{|\mathbf{a}|^2} \mathbf{a}$ .

№12. 1)  $(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = D$ ,  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0, \mathbf{a}, \mathbf{n}) = 0$ ; 2)  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1, \mathbf{a}_1, [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2]) = 0$ ,  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2, \mathbf{a}_2, [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2]) = 0$ .

№13. 1)  $x + y - z - 3 = 0$ ,  $2x + 3y + z - 12 = 0$ ; 2)  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-1}{21}$ ; 3)  $x = 1$ ,  $y = 3$ ;

4)  $x = 1$ ,  $z = 1$ ; 5)  $y = 3$ ,  $z = 1$ .    №14. 1) Пересечение в точке  $(53, 24, 18)$ ;

2) пересечение в точке  $(-3/4, 1/4, 1/2)$ ; 3) прямая лежит в плоскости.    №15. 1)  $a = 3$ ;

2)  $a \neq \pm 1$ ,  $a \neq 3$ ; 3)  $a = -1$ ; 4)  $a = 1$ .    №16. 1) Плоскости имеют единственную общую

точку  $(1, 1, 1)$ ; 2) плоскости совпадают (множество общих точек – вся плоскость

$x + 2y - z - 1 = 0$ ); 3) плоскости пересекаются по общей прямой  $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-5}{-6}$ .

№17. 1)  $4x - 3y + z + 4 = 0$ ; 2)  $3x + 4y + 21z - 36 = 0$ .    №18.  $5x - 2y - z - 2 = 0$ .

№19.  $(0, 0, 1)$  или  $(-6/97, -18/97, 127/97)$ .    №20. 1)  $(3, -1, 0)$ ,  $(3, -1, -1)$ ;  $(3, 0, 1)$ ,

$(3, 1, 1)$ ;  $(0, -1, 1)$ ,  $(-3, -1, 1)$ ; 2)  $(2, -3, -1)$ ,  $(1, -5, -3)$ ; 3)  $(1, -4, -5)$ ,  $(-1, -7, -11)$ .

№21. 1)  $x + 5y - z - 25 = 0$ ,  $17x - 7y - 18z + 35 = 0$ ; 2)  $x + 5y - z - 25 = 0$ ,

$7x - y + 2z + 8 = 0$ .    №22. 1)  $\arccos(1/(2\sqrt{3}))$ ; 2)  $90^\circ$ .    №23.  $8x + 5y - z - 25 = 0$ .

3. Линии второго порядка.

№24. Обозначим  $K = \frac{C^2}{A} + \frac{D^2}{B} - E$ . 1) Кривая является эллипсом тогда и только тогда, когда  $A, B, K$  не равны нулю и все одного знака; центр в точке  $(-C/A, -D/B)$ . При  $A = B$  окружность радиуса  $\sqrt{K/A}$ , оба фокуса совпадают с центром. При  $|A| < |B|$  большая полуось равна  $\sqrt{K/A}$ , малая равна  $\sqrt{K/B}$ ; фокусы в точках  $\left(-\frac{C}{A} \pm \sqrt{\frac{K}{A} - \frac{K}{B}}, -\frac{D}{B}\right)$ .

При  $|A| > |B|$  большая полуось равна  $\sqrt{K/B}$ , малая равна  $\sqrt{K/A}$ ; фокусы в точках  $\left(-\frac{C}{A}, -\frac{D}{B} \pm \sqrt{\frac{K}{B} - \frac{K}{A}}\right)$ . 2) Кривая является гиперболой тогда и только тогда, когда  $A, B, K$  не равны нулю и  $AB < 0$ ; центр в точке  $(-C/A, -D/B)$ . При  $AK > 0$  действительная полуось равна  $\sqrt{K/A}$ , мнимая равна  $\sqrt{-K/B}$ ; фокусы в точках  $\left(-\frac{C}{A} \pm \sqrt{\frac{K}{A} - \frac{K}{B}}, -\frac{D}{B}\right)$ .

При  $BK > 0$  действительная полуось равна  $\sqrt{K/B}$ , мнимая равна  $\sqrt{-K/A}$ ; фокусы в точках  $\left(-\frac{C}{A}, -\frac{D}{B} \pm \sqrt{\frac{K}{B} - \frac{K}{A}}\right)$ .

№25. 1) Парабола  $Y^2 = \sqrt{2}X$ ;  $O'(0, 0)$ ,  $E_1(-1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$ ,  $E_2(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$ ;

2) эллипс  $\frac{X^2}{14} + Y^2 = 1$ ;  $O'(3, -2)$ ,  $E_1(-3/\sqrt{13}, 2/\sqrt{13})$ ,  $E_2(-2/\sqrt{13}, -3/\sqrt{13})$ ;

3) гипербола  $\frac{X^2}{1/9} - \frac{Y^2}{1/25} = 1$ ;  $O'(1, -1)$ ,  $E_1(-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$ ,  $E_2(-1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$ .

№27. 1)  $(1, -6)$ ,  $5x'^2 + x'y' = 0$ ; 2)  $(-9/8, -5/8)$ ,  $8x'^2 - 24x'y' + 16y'^2 - 3/2 = 0$ .

№28.  $x + y - 9 = 0$ . №29.  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ . №30  $1/2$ . 31.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{d^2 y^2}{a^2(d^2 - a^2)} = 1$ , где

$0 < a < |d|$ . №32.  $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}$ . №33.  $x = \pm \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ,  $y = \pm \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ;

$\frac{4ab}{\pi\sqrt{a^2 + b^2}}$ . №34. 1) Между двумя ветвями; 2) внутри (левее) левой ветви.

№35. 1)  $x^2 - \frac{y^2}{1/5} = 1$  или  $\frac{x^2}{485/6} - \frac{y^2}{7760} = 1$ ; 2)  $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{2} = 1$ . №36.  $3/\sqrt{5}$  или  $6/5$ .

№37. 1)  $\frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$ ; 2)  $\frac{ab}{2}$ . №38.  $y^2 = 24x$ . №40.  $y^2 = -p^2 + 2px$ ,  $p \neq 0$ .

№41.  $x + 2y \pm 3\sqrt{14} = 0$ . №42. Нет решений. №43.  $y = 2x^2 + 1/2$ .

№44.  $x - y + 4 = 0$  и  $4x - y + 1 = 0$ . №45. Четыре касательные:  $x \pm 4y \pm 10 = 0$ .