ОТВЕТЫ К ПЕРВОМУ ЗАДАНИЮ

1. <u>Определители 2-го и 3-го порядков.</u>

№1. а) 0; б) 0; в) –1487600. №2. а) –2; б) 0; в) 4.

2. <u>Векторы.</u>

№4. **c**(1/16, 11/16), **d**(0, 2). №5. β : α. №6. $\overrightarrow{AB}(3/5,-2/5)$, $\overrightarrow{BC}(2/5,2/5)$, $\overrightarrow{CD}(-2/5,3/5)$, $\overrightarrow{DA}(-3/5,-3/5)$. №7. 1) $\overrightarrow{OM}(\frac{n}{n+m},\frac{m}{n+m})$; 2) $\overrightarrow{ON}(\frac{n}{n-m},\frac{m}{m-n})$.

№8. O – точка пересечения медиан треугольника; вне плоскости треугольника таких точек нет. №9. $|BO|:|ON|=\frac{(m_2+n_2)n_1}{m_1n_2}$, $|CO|:|OM|=\frac{(m_1+n_1)n_2}{n_1m_2}$.

№10. *Решение*. Введем на плоскости базис $\overrightarrow{AD}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AB}=\mathbf{b}$. Имеем: $\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CK}=\mathbf{b}-\frac{3}{5}\mathbf{a}$, $\overrightarrow{BL}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CL}=\mathbf{a}-\frac{5}{8}\mathbf{b}$, $\overrightarrow{DM}=\lambda\overrightarrow{DK}$, $\overrightarrow{BM}=\mu\overrightarrow{BL}$. Найдем неизвестные λ и μ. Так как $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DM}=\mathbf{a}+\lambda(\mathbf{b}-\frac{3}{5}\mathbf{a})=(1-\frac{3}{5}\lambda)\mathbf{a}+\lambda\mathbf{b}$, $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\mathbf{b}+\mu(\mathbf{a}-\frac{5}{8}\mathbf{b})=\mu\mathbf{a}+(1-\frac{5}{8}\mu)\mathbf{b}$, то приравнивая коэффициенты при **a** и **b**, имеем $1-\frac{3}{5}\lambda=\mu$, $\lambda=1-\frac{5}{8}\mu$, откуда $\lambda=\frac{3}{5}$, $\mu=\frac{16}{25}$. Окончательно, $|DM|:|MK|=3:2$, $|BM|:|ML|=16:9$.

№12*. 1:3.

3. <u>Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.</u>

№13. (–25, –20, 5). №14. $|AB|=6$, $|AC|=4\sqrt{3}$, $|BC|=2\sqrt{3}$, $\angle A=30°$, $\angle B=90°$, $\angle C=60°$. №15. 1) 2/3(1, –1, 2) и 1/3(1, 5, 2); 2) (0, 0, 0) и (4, 0, –2).

№16. Два решения: $\frac{1}{\sqrt{2}}(0,1,1)$ и $\frac{1}{7\sqrt{2}}(5,-3,-8)$. №17. Угол при вершине $\arccos(4/5)$. №18. $\arccos(1/18)$. №19. 1) (11, 19, –7); 2)(0, 0, 0); 3)(0, 0, –15).

№21. 1) да; 2) нет. №22. $10\sqrt{2}$. №24. $\frac{3}{\sqrt{43}}a$. №26. Да; $\mathbf{l}+\mathbf{m}+\mathbf{n}=\mathbf{0}$.

4. Замена базиса и системы координат.

№27. 1) $\alpha_1=\alpha_1'-\alpha_2'+\alpha_3'$, $\alpha_2=\alpha_1'-2\alpha_2'+3\alpha_3'$, $\alpha_3=\alpha_1'-3\alpha_2'+6\alpha_3'$.

2) $\alpha_1'=3\alpha_1-3\alpha_2+\alpha_3$, $\alpha_2'=3\alpha_1-5\alpha_2+2\alpha_3$, $\alpha_3'=\alpha_1-2\alpha_2+\alpha_3$.

3) $\mathbf{e}_1(3,3,1)$, $\mathbf{e}_2(-3,-5,-2)$, $\mathbf{e}_3(1,2,1)$.

№28. 1) $x=4x'+5y'+3z'+1$, $y=2x'+3y'+2z'+1$, $z=x'+2y'+z'+2$.

2) $x'=x-y-z+2$, $y'=-y+2z-3$, $z'=-x+3y-2z+2$.

3) $O\,(2,-3,2)$ $\mathbf{e}_1(1,0,-1)$, $\mathbf{e}_2(-1,-1,3)$, $\mathbf{e}_3(-1,2,-2)$.

№29. 1) $x'=\frac{1}{5}x+\frac{1}{5}y-\frac{7}{5}$, $y'=-\frac{3}{5}x+\frac{2}{5}y+\frac{11}{5}$. 2) $O(-\frac{7}{5},\frac{11}{5})$ $\mathbf{e}_1(\frac{1}{5},-\frac{3}{5})$, $\mathbf{e}_2(\frac{1}{5},\frac{2}{5})$.

3) $O'(5,2)$ $\mathbf{e}_1'(2,3)$, $\mathbf{e}_2'(-1,1)$.

№30. *Решение*. Имеем: $\overrightarrow{ED}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})$, $\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. Поэтому базисные векторы второй системы кординат выражаются через базисные векторы первой системы так: $\mathbf{e}_1'=\frac{1}{3}\mathbf{e}_1+\frac{2}{3}\mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_2'=-\frac{2}{3}\mathbf{e}_1+\frac{2}{3}\mathbf{e}_2$. Далее, $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB})$; поэтому начало второй системы координат имеет в первой системе координаты $(2/3,1/3)$. Теперь остается записать $x=\frac{1}{3}x'-\frac{2}{3}y'+\frac{2}{3}$, $y=\frac{2}{3}x'+\frac{2}{3}y'+\frac{1}{3}$.

№31. $x=-\frac{3}{5}x'+\frac{2}{5}y'+\frac{3}{5}$, $y=-\frac{2}{5}x'-\frac{2}{5}y'+\frac{2}{5}$.

№32. $a_{11}^2+a_{21}^2=1$, $a_{12}^2+a_{22}^2=1$, $a_{11}a_{12}+a_{21}a_{22}=0$.

№33. $x=-\frac{1}{\sqrt{2}}x'-\frac{1}{\sqrt{2}}y'+1$, $y=\frac{1}{\sqrt{2}}x'-\frac{1}{\sqrt{2}}y'+3$.

№34. $x=\frac{1}{2}x'-\frac{1}{\sqrt{2}}y'-\frac{1}{2}z'-1$, $y=\frac{1}{2}x'+\frac{1}{\sqrt{2}}y'-\frac{1}{2}z'+3$, $z=\frac{1}{\sqrt{2}}x'+\frac{1}{\sqrt{2}}z'+5$.