МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИ

РГУ НЕФТИ И ГАЗА (НИУ) имени И. М. ГУБКИНА

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по учебной работе
профессор Кошелев В.Н.

«____»___________2017 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки
15.03.02 «Технологические машины и оборудование»

Квалификация (степень) выпускника

Бакалавр

Форма обучения
Очная

Москва 2017

1. Цели освоения дисциплины

Математика относится к числу базовых дисциплин.

Дисциплина изучает основные геометрические и алгебраические понятия, основные теоремы, а также методику решения математических задач.

Дисциплина «Математика» создает универсальную базу для изучения общепрофессиональных и специальных дисциплин, закладывает фундамент последующего обучения в магистратуре и аспирантуре. Она даёт цельное представление о возможностях изучения законов окружающего мира на языке теорем и формул, помогает бакалаврам необходимыми знаниями для решения научно-технических задач в теоретических и прикладных аспектах.

Целью изучения дисциплины «Математика» также является познакомить и научить студентов пользоваться основным кругом понятий и результатов, рассматриваемых в изучаемых курсах, привить им соответствующую математическую культуру и дать необходимый аппарат для изучения других естественнонаучных дисциплин, а также решения прикладных задач.

Дисциплина «Математика» предназначена и для приобретения навыков строго научного анализа ситуаций, с которыми бакалавру придется сталкиваться при создании новых технологий в процессе дальнейшей работы по специальности. Именно математические методы, развитые в современном естествознании, по сути, лежат в основе преподавания всех дисциплин общеинженерного цикла, а также во многих дисциплинах специализации.

Освоение дисциплины должно повысить уровень интеллектуальной культуры студента, подготовить его к свободному оперированию понятиями «Аксиома» и «Теорема».

Дисциплина «Математика» помогает решать задачу формирования у студента научного мировоззрения.

2. Место дисциплины в структуре ООП ВО

Дисциплина «Математика» представляет собой дисциплину математического и естественнонаучного цикла и читается в 1-4 семестрах.

Дисциплина базируется на курсах алгебры и геометрии средней школы и формирует знания студентов для освоения всех дисциплин профессионального цикла.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В процессе освоения ООП ВО, реализующей ФГОС ВО данной дисциплины, бакалавр формирует и демонстрирует следующие общекультурные и общепрофессиональные компетенции*:*

Общекультурные компетенции (ОК)

- способность использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1);

- способность использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности (ОК-3);

- способность к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);

Общепрофессиональные компетенции (ОПК)

- знание основных методов, способов и средств получения, хранения, переработки информации, умение использовать для решения коммуникативных задач современные технические средства и информационные технологии с использованием традиционных носителей информации, распределенных баз знаний, а также информации в глобальных компьютерных сетях (ОПК-3);

- способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности (ОПК-5);

Профессиональные компетенции (ПК)

-умение моделировать технические объекты и технологические процессы с использованием стандартных пакетов и средств автоматизированного проектирования, готовность проводить эксперименты по заданным методикам с обработкой и анализом результатов (ПК-2).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен демонстрировать следующие результаты образования:

Бакалавр должен знать:

- основные понятия и аксиомы векторной и матричной алгебры, аналитической геометрии, теории систем линейных алгебраических уравнений, основ математического анализа, теории вероятностей и математической статистики (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2);

- теоремы математического анализа, их взаимосвязь друг с другом (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2);

- основные типы задач, решаемые методами векторной и матричной алгебры, аналитической геометрии, теории систем линейных алгебраических уравнений, основ математического анализа, теории вероятностей и математической статистики (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2).

Бакалавр должен уметь:

- формализовать прикладную задачу математического и физико-математического характера в терминах дисциплины (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2);

- сформулировать и решить задачу, приводящуюся к обыкновенным дифференциальным уравнениям первого или второго порядка (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2);

- сформулировать и решить задачу, приводящуюся к системе линейных алгебраических уравнений (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2);

- исследовать задачу на наличие решения и выбирать рациональный способ его поиска (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2);

- оценивать и интерпретировать полученные результаты решения с точки зрения исходной постановки задачи (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2).

Бакалавр должен владеть:

- аппаратом исследования и решения определенного класса задач математического анализа, векторной и матричной алгебры, аналитической геометрии, теории вероятностей и математической статистики, применяемых при решении технологических задач, связанных с оборудованием (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2);

- навыками математической формализации прикладных задач (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2);

- навыками анализа и интерпретации решений, полученных в рамках соответствующих математических моделей (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2).

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 17 зачетных единиц, 612 часов.

п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			Коды компетенций	Формы контроля успеваемости.
I.	**Дифференциальное исчисление и аналитическая геометрия**	1	1-18	Л(36)	ПЗ(72)	СР*(108)	ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2	3 нед. – КР, 8 нед. – КР, 12 нед. – КР, 15 нед. – КР, 16 нед. –ДЗ. Экзамен
1.	Часть 1.		1-	Л	ПЗ	СР	ОК-1,	

	Системы линейных уравнений, векторная алгебра, аналитическая геометрия.	1	8	(16)	(32)	(48)	ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2	
	1. Определители и их вычисление. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера и метод Гаусса.		1-2	4	8	12		
	2. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора в данном базисе.		3	2	4	6		
	3. Прямоугольные системы координат на плоскости и в пространстве. Прямоугольные базисы.		4	2	4	6		
	4. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства и вычисление.		5	2	4	6		
	5. Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве.		6-7	4	8	12		
	6. Кривые 2-го порядка на плоскости.		8	2	4	6		
2	Часть 2. Введение в математический анализ.	1	9-12	Л (8)	ПЗ (16)	СР (24)	ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2	
	7. Элементы математической логики. Множества и отображения. Множество вещественных чисел. Основные элементарные функции		9	2	4	6		
	8. Пределы числовых последовательностей и функций одной вещественной переменной.		10-11	4	8	12		
	9. Непрерывные функции одной вещественной пере-		12	2	4	6		

	менной и их свойства.							
3	Часть 3. Дифференциальное исчисление функций одной вещественной переменной.	1	13 - 18	Л (12)	ПЗ (24)	СР (36)	ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2	
	10. Дифференцирование функций одной вещественной переменной.		13 - 14	4	8	12		
	11. Свойства дифференцируемых функций одной вещественной переменной.		15 - 16	4	8	12		
	12. Исследование функций одной вещественной переменной и построение их графиков.		17 - 18	4	8	12		
II	**Интегральное исчисление.**	2	1 - 17	Л (17)	ПЗ (51)	СР (76)	ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2	4 нед.– КР, 10 нед.– КР, 16 нед.–КР. Экзамен
4	Часть 4. Интегральное исчисление функций одной вещественной переменной.	2	1 - 17	Л (9)	ПЗ (27)	СР (40)		
	13. Неопределенный интеграл.		1 - 10	10	30	40		
	14. Определенный интеграл.		11 - 15	5	15	28		
	15. Несобственные интегралы.		16 - 17	2	6	8		
III	**Ряды. Дифференциальные уравнения.**	3	1 - 18	Л (18)	ПЗ (54)	СР (72)	ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2	4 нед.– КР, 7 нед.– КР. 13 нед.- КР, 17 нед.- КР. Экзамен
5	Часть 5. Сходимость числовых рядов. Степенные ряды и их приложения.	3	1-8	Л (8)	ПЗ (24)	СР (26)		
	16. Сходимость чис-		1-	3	9	6		

	ловых рядов.		4					
	17. Функциональные ряды.		5-7	3	9	6		
	18. Приложения степенных рядов.		8	2	6	4		
6	Часть 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	3	9 - 18	Л (10)	ПЗ (30)	СР (46)		
	19. Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений.		9 - 11	4	12	18		
	20. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.		12 - 18	6	18	28		
IV	**Функции многих переменных. Кратные и криволинейные интегралы.**	4	1 - 17	Л (17)	ПЗ (34)	СР (57)	ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2	5 нед.– КР, 11 нед.–КР, 17 нед.–КР, экзамен
7	Часть 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких вещественных переменных.	4	1 - 5	Л (5)	ПЗ (12)	СР (20)		
	21. Дифференцирование функций нескольких вещественных переменных.		1 -2	3	6	10		
	22. Экстремумы функции нескольких переменных.		3-5	3	6	10		
8	Часть 8. Двойные интегралы. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.	4	6 - 18	Л (12)	ПЗ (22)	СР (37)	ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2	
	23. Двойной интеграл.		7-13	6	10	18		
	24. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.		14 - 18	6	12	19		.
	Итого:			88	211	241		

Л – лекции, ПЗ – практические занятия, СР – самостоятельная работа, КР – контрольные работы, ДЗ – домашние задания.

* включая иные виды контактной работы в следующем объеме: первый семестр – 15 часов, второй и третий – по 11, четвертый – 9 часов.

4.1 Содержание разделов дисциплины

Часть 1.* Системы линейных уравнений, векторная алгебра, аналитическая геометрия*.

Определители 2-го и 3-го порядка, свойства определителей. Алгебра матриц. Основные понятия о матрицах. Линейные действия над матрицами. Умножение матриц. Обратная матрица. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Крамера. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейная зависимость векторов. Координаты вектора в данном базисе. Прямоугольные системы координат на плоскости и в пространстве. Прямоугольные базисы. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства и вычисление. Прямая на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве. Кривые 2-го порядка на плоскости.

Часть 2. Введение в математический анализ.

Элементы математической логики. Множества и отображения. Множество вещественных чисел. Основные элементарные функции. Пределы числовых последовательностей и функций одной вещественной переменной.

Часть 3. Дифференциальное исчисление функций одной вещественной переменной.

Бесконечно малые и их эквивалентность. I и II замечательные пределы. Непрерывность. Точки разрыва. Теоремы о функциях, непрерывных на отрезке. Дифференцирование функций одной вещественной переменной. Производная и дифференциал. Физический и геометрический смысл производной. Таблица производных. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Производная неявной и функции, заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Касательная и нормаль к кривой. Дифференциал и его использование в приближенных вычислениях. Производные высших порядков. Теоремы Роля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Применение формулы Тейлора. Исследование функций с помощью первой производной. Монотонность и экстремумы. Исследование функций с помощью второй производной. Выпуклость и вогнутость кривых. Точки перегиба. Асимптоты. Общая схема исследования функции. Построение графиков.

Часть 4. Интегральное исчисление функций одной вещественной переменной.

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных неопределенных интегралов. Метод подведения под знак дифференциала. Замена переменой в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональной функции. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. Классификация некоторых специальных случаев тригонометрических преобразований и подстановок. Интегрирование иррациональных функций. Теорема Чебышева. Интегралы, первообразные которых не принадлежат к элементарным функциям (неберущиеся интегралы). Понятие определенного интеграла. Геометрический и физический смысл определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенных интегралов. Несобственные интегралы первого и второго рода. Сходимость и расходимость несобственных интегралов. Признаки сравнения. Теорема о среднем значении. Геометрические приложения определенного интеграла.

Часть 5. Сходимость числовых рядов. Степенные ряды и их приложения.

Числовые ряды. Сходимость числовых рядов. Действия с рядами. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения рядов. Признаки сходимости рядов (признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши-Маклорена). Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Ряд Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Приложения степенных рядов к приближенным вычислениям.

Часть 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Понятие дифференциального уравнения и примеры их составления. Начальные условия (задача Коши). Дифференциальные уравнения 1-ого порядка. Уравнение с разделяющимися переменными. Однородные уравнения 1-ого порядка. Линейные дифференциальные уравнения 1-ого порядка. Уравнение Бернулли. Дифференциальные уравнения 1-ого порядка, не разрешенные относительно производной. Дифференциальные уравнения высших порядков. Понижение порядка дифференциальных уравнений. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации произвольной постоянной. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов в случае специальной правой части уравнения. Уравнения Эйлера. Системы дифференциальных уравнений. Решение дифференциальных уравнений с помощью рядов.

Часть 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких вещественных переменных.

Область определения. Частные производные. Полное приращение и полный дифференциал. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование неявных функций. Производная по направлению. Понятие градиента и его свойства. Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции многих переменных. Задачи на отыскание наибольших и наименьших значений функций. Замена переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Часть 8. Двойные интегралы. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.

Двойной интеграл в прямоугольных координатах и его свойства. Замена переменной в двойном интеграле. Вычисление площадей фигур и объемов тел. Криволинейные интегралы 1-ого и 2-ого рода. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Приложения криволинейных интегралов. Интегрирование полных дифференциалов. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.

4.2. Основные темы практических занятий (семинаров)

1. Определители. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
2. Действия над матрицами. Обратная матрица. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
3. Ранг матриц. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)

4. Решение систем линейных уравнений методами Гаусса и Крамера. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
5. Скалярное произведение, Проекции и углы между векторами. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2).
6. Векторное произведение. Вычисление площадей треугольников и параллелограммов. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2).
7. Смешанное произведение. Вычисление объемов параллелепипедов и тетраэдров. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2).
8. Прямая на плоскости. Угол между прямыми. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2).
9. Прямая и плоскость в пространстве. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2).
10. Вычисление пределов. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2).
11. I и II замечательные пределы. Эквиваленты. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2).
12. Техника дифференцирования. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
13. Правило Лопиталя. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
14. Исследование функций. Построение графиков. (ОК-1, ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
15. Табличное интегрирование. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
16. Метод подведения под знак дифференциала. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
17. Интегрирование с помощью замены переменной. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
18. Интегрирование по частям. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
19. Интегрирование рациональной функции и выражений, содержащих квадратный трехчлен. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
20. Интегрирование тригонометрических функций. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)

21. Интегрирование иррациональных функций. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
22. Вычисление определенных интегралов. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
23. Исследование на сходимость несобственных интегралов. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
24. Геометрические приложения определенного интеграла. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
25. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
26. Применение различных признаков сходимости числовых рядов (признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши-Маклорена). (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
27. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
28. Степенные ряды и определение их области сходимости. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
29. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
30. Приближенные вычисления с помощью рядов. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
31. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
32. Однородные уравнения 1-ого порядка. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
33. Линейные дифференциальные уравнения 1-ого порядка. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
34. Уравнения Бернулли. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
35. Дифференциальные уравнения 1-ого порядка, не разрешенные относительно производной. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)

36. Дифференциальные уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами (общий случай и со специальной правой частью). (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
37. Частные производные. Дифференцирование сложных и неявных функций двух и более переменных. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
38. Производная по направлению. Градиент. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
39. Кратные интегралы, изменение порядка интегрирования в двойном интеграле. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)
40. Криволинейные интегралы 1-ого и 2-ого рода. Формула Грина. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)

5. Образовательные технологии

При реализации программы дисциплины «Математика» используются различные образовательные технологии. Аудиторные занятия проводится в виде лекций и практических занятий. Во время практических занятий разбираются типовые примеры и задачи курса с целью формирования и развития базовых знаний студентов в области математики. Самостоятельная работа студентов предусматривает как работу под руководством преподавателей (консультации по выполнению домашних заданий, обсуждение вопросов, связанных с лекционным курсом, и подготовкой к контрольным работам, а также разбор ошибок, допущенных студентами, при выполнении контрольных работ), так и самостоятельная выполнение студентом домашних заданий (ДЗ) и подготовку к экзамену по дисциплине. Также к самостоятельной работе следует отнести работу студентов над задачами, необходимыми для углубленного изучения курса. В результате, студент способен на научной основе овладеть навыками самостоятельной работы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

В течение преподавания курса «Математика» в качестве текущей аттестации бакалавров используются такие формы, как контрольная работа с оценкой, а также собеседование при приеме домашних заданий (защита домашнего задания). В течение первого семестра предусмотрены четыре контрольные работы и одно контрольное домашнее задание; во втором семестре – три контрольные работы; в третьем - четыре контрольные работы;

в четвертом семестре предусмотрены три контрольные работы. По итогам обучения проводится экзамены в 1,2,3 и 4 семестрах.

Вариант контрольной работы №1
«Определители, матрицы и системы линейных уравнений»

1. Воспользовавшись теоремой Кронекера-Капелли, проверьте разрешимость системы уравнений:

$$\begin{cases} 4x - 13y = 413 \\ 12x - 39y = 1240 \end{cases}$$

2. Вычислить определитель матрицы:

$$F = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -4 \\ -1 & -3 & -4 \\ -3 & -1 & -3 \end{pmatrix} \qquad |F| = 13$$

3. Вычислить обратную матрицу A^{-1} и проверить правильность ее вычисления:

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad G^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{3}{10} & -\frac{1}{10} \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом Крамера (или методом Гаусса), если задана матрица системы A и столбец свободных членов b:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x = \left\{\left\{-\frac{23}{27}\right\}, \left\{\frac{32}{27}\right\}, \left\{\frac{29}{27}\right\}\right\}$$

Вариант контрольной работы №2
«Векторная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Лежат ли на одной прямой три точки $A(-9,2,2), B(1,-3,6), C(1,-2,4)$? Ответ поясните.

2.Даны два вектора: $\bar{a} = (3, \lambda, -5), \bar{b} = (6, 4, -10)$ Найти λ, при котором:

а) $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны;

б) $\overline{a}$ и $\overline{b}$ коллинеарны;

3. Проверить компланарность векторов $\overline{a}=(-1,-1,-1), \overline{b}=(-2,-2,-3), \overline{c}=(2,2,1)$

4. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах

$\overline{a}=(2,1,-1), \overline{b}=(-2,0,-2)$

5. Дано уравнение плоскости $3x-2y+2z+2=0$:

а) найти такие α и x_0, чтобы прямая $\dfrac{x-x_0}{\alpha}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{0}$ лежала в указанной плоскости;

б) найти такие α,β,γ, чтобы прямая $\dfrac{x}{\alpha}=\dfrac{y}{\beta}=\dfrac{z}{\gamma}$ была перпендикулярна указанной плоскости.

6. Дана прямая, как пересечение плоскостей

$$-3x+2y-z=-3$$
$$-2x-y-3z=-2$$

а) записать параметрическое уравнение данной прямой;

б) записать каноническое уравнение данной прямой и координаты его направляющего вектора

<u>Вариант контрольной работы №3 по теме «Пределы»</u>

Вычислить пределы

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^4+\sqrt[3]{3x^4+2}+13x^3-11}{x+\sqrt[3]{-3x^{12}+3x}+11x^2+12\sqrt{x}}\right)$

2. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sqrt{3x^4-2}-1}{11x^4-11}\right)$

3. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^5-\sqrt{x^5}}{x^5-2\sqrt{x^5}+1}\right)$

4. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\sqrt{n^3}\sin\dfrac{\pi+1}{2\sqrt{3n^3}}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{-x-3}{-2x+5}\right)^{x+4+(2/x)+\sin x}$

6. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{-x^2-3}{-x^2+5}\right)^{x^2+4}$

7. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\log_3(1-\sin^{10}2x)}{-2x^{10}}\right)$

Вариант контрольной работы №4 по технике дифференцирования и правилу Лопиталя

В задачах 1-4 найти y'.

1. $y=\dfrac{\cos^2 x}{\mathrm{arctg}\,(\sqrt{x}+\ln(4\sin x))}$

2. $\begin{cases} x=\log_4 2t \\ y=\mathrm{tg}\,t^2 \end{cases}$

3. $x^5+2^{xy}=\sin xy$

4. $y=(\arccos x)^{\arcsin 2x}$

5. Вычислить приближенно $\ln 1{,}05$

Вычислить предел, используя правило Лопиталя

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^{2x}-7^x}{\arcsin x-5x}$

Вариант домашнего задания по теме «Полное исследование функций»

Провести полное исследование функций и построить их графики.

1.. $y=(2x+3)e^{-2(x+1)}$. 2. $y=\ln(\cos\,x-\sin\,x)$.

Во втором семестре выполняются четыре контрольных и одна самостоятельная работа.

Вариант контрольной работы №1 по технике интегрирования. (I часть)

Вычислить следующие неопределенные интегралы:

1. $\int \left(\frac{2}{-4x+1}+\frac{1}{3+2x^2}\right)dx$;

2. $\int \frac{x^2}{\sqrt{3x^6-1}}\,dx$;

3. $\int \frac{\arccos\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}\,dx$;

4. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$;

5. $\int \frac{2x^2-1}{x^3-5x^2+4x}\,dx$

<u>**Вариант контрольной работы №2 по технике интегрирования. II часть.**</u>

Вычислить следующие неопределенные интегралы:

1. $\int \sin 7x \sin 11x\,dx$;
2. $\int \frac{1}{\cos x \sin^3 x}\,dx$;
3. $\int \operatorname{ctg}^6 5x\,dx$;
4. $\int \frac{1}{1+\sin x+\cos x}\,dx$;
5. $\int \frac{\sqrt{x}}{x-2}dx$

<u>**Вариант контрольной работы №3 по технике интегрирования, часть III.**</u>

Номера тем соответствуют номерам примеров в варианте.

Вычислить следующие определенные интегралы:

1. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2-2x+5}$; 2. $\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt{x+2}}dx$.

3. Вычислить объём тела вращения вокруг оси OY фигуры, ограниченной линиями: $y=\sin x, y=2x/\pi$; или

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=\sin x, y=2x/\pi$

Исследовать на сходимость:

4. $\int_{-\infty}^1 \frac{2xdx}{x^4+1}$; 5. $\int_0^1 \frac{x^4dx}{\sqrt{1-x^5}}$.

В третьем семестре предусмотрены четыре контрольные работы.

Вариант контрольной работы №1 по теме «Числовые ряды».

Исследовать сходимость знакоположительных рядов:

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^4\cos^2 2n}{n^3+2}$; 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}-\sin n}{3+n^2}$; 3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)!}{3^{n^2}}$; 4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2(n+3)}$.

Исследовать абсолютную и условную сходимость знакопеременного ряда:

5. $\sum\limits_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n+2}\sqrt{n-2}}$

Вариант контрольной работы № 2 по теме «Степенные ряды и ряды Тейлора»

1. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n+2}{2^{2n-1}}(x+4)^n$$

2. Разложить $\sin^2 x$ в ряд по степеням $x-\pi/4$

Вариант контрольной работы №3 по теме «Дифференциальные уравнения 1-ого порядка»

Решить дифференциальные уравнения:

1. $\frac{1}{\cos^3 x\cos y}+y'\operatorname{ctg} x\sin y=0$;

2. $y'+\frac{y}{x}=\frac{1}{x^2y^2}$;

3. $(y')^2+2y'-x=0$;

4. Решить задачу Коши: $y'=\frac{x^2+y^2}{4xy}$, если $y(1)=2$

Вариант контрольной работы №4 по теме «Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами»

Найти общее решение дифференциального уравнения:

1. $y''+2y'+40y=0$

2. $y^{\mathrm{V}}+y^{\mathrm{IV}}+4y'''+4y''+4y'+4y=0$

Не решая, указать вид частного решения неоднородных уравнений:

3. $y''-3y'+2y=(2x^2+1)e^x$

4. $y'' - 2y' + 5y = e^{x}(x\sin 4x + (2 + x^{2})\cos 4x)$

5. Решить задачу Коши: $y'' + 3y = \sin\sqrt{3}x$, если $y(2\pi/\sqrt{3}) = 0, y'(\pi/\sqrt{3}) = 1$

В четвертом семестре запланировано три контрольные работы.

Вариант контрольной работы №1 по теме «Функции многих переменных. Дифференцирование»

1. Вычислить частные производные f''_{xy} и f''_{yx}. Проверить, равны ли вычисленные функции: $z = (3\sqrt{x} - 1)^{\sqrt[3]{2y^{7}} - 6}$

2. Найти $\dfrac{dz}{dt}$, если: $z = \dfrac{\arccos 2x}{\operatorname{ctg} 3y}; x = 3^{t^{2}}; y = \log_{8} 5t$

3.Найти $\dfrac{\partial z}{\partial u}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial v}$, если: $z = \dfrac{4^{y^{3}}}{\ln(\operatorname{tg} 2x)}, x = v\sin 3u, y = u\operatorname{arctg}(-v)$

4. Найти $\dfrac{dy}{dx}$, если: $(3x)^{\cos 2y} + (\operatorname{tg} 2y)^{3x} - 2 = 0$

5. Найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial z}{\partial y}$, если: $(3x)^{z} + (\cos 2y)^{3x} - 2\operatorname{arctg} y + z = 0$

6. Вычислить производную по направлению $\overline{l}\,(1,-2)$ в точке $(-2,-1)$ для следующей функции: $z = \dfrac{1}{\sqrt[5]{x + 2y}}$

Вариант контрольной работы № 2 по теме: «Двойные интегралы».

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^{2}}}^{1-x} f(x,y)\,dy .$$

2. Найти площадь фигуры, ограниченную линиями

$$x^{2} + y^{2} = 2x,\ y = x,\quad y = 0.$$

3. Вычислить: $\iint\limits_{D} 4y^{2}\sin(2xy)\,dxdy$, D: $y = 2x; y = \sqrt{2\pi}; x = 0$

4. Вычислить, перейдя к полярным координатам

$$\iint\limits_D \frac{dxdy}{\sqrt{4-x^2-y^2}},$$

$$D: x^2+y^2=4, (x-1)^2+y^2=1, x=0.$$

5. Вычислить объём

$$V: \quad x^2+y^2-z+1=0, \quad x^2+y^2+3z-7=0.$$

Вариант контрольной работы № 3 по теме: «Криволинейные интегралы».

1. Вычислить криволинейный интеграл по линии L_{AB}

$$\int\limits_{L_{AB}} (x^2+y^2)dx+3xydy, \quad L_{AB}: x=y^2, \text{ A}(1,1); \text{B}(1,\text{-}1).$$

2. Доказать, что криволинейный интеграл по любому замкнутому контуру равен нулю: $\int\limits_L e^{x^2y^2}(xdy+ydx)=0$

3. Найти потенциал векторного поля:

$$dU=(x^4+4xy^3)dx+(6x^2y^2-5y^4)dy$$

4. Вычислить интеграл $\oint\limits_L (2x+3y)dx+(x+2y)dy$ по контуру L, образованному линиями $y=-3, \ 1-x^2=y,$ в положительном направлении обхода: а) непосредственно; б) по формуле Грина.

По итогам обучения проводится экзамены в 1,2,3 и 4 семестрах.

Вариант экзаменационного билета по курсу «Дифференциальное исчисление и аналитическая геометрия» (1 семестр)

Практическая часть

1. Решить систему уравнений методом Гаусса (или методом Крамера), если задана матрица системы A и столбец свободных членов b:

$$A=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad b=\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x=\left\{\{-1\}, \left\{\frac{1}{2}\right\}, \left\{-\frac{1}{2}\right\}\right\}$$

2. Воспользовавшись теоремой Кронекера-Капелли, проверьте разрешимость системы уравнений: $\begin{cases} -5x+5y=61 \\ x-y=12 \end{cases}$

3. Дана прямая, как пересечение плоскостей $\begin{cases} x-y=2 \\ -y+z=1 \end{cases}$

а) записать параметрическое уравнение данной прямой;

б) существуют ли такие α и y_0, чтобы прямая $\frac{x-1}{\alpha}=\frac{y-y_0}{-2}=\frac{z-3}{-1}$ лежала в плоскости $x-y=2$? Если да, то найдите их;

4. Вычислить пределы, не используя правило Лопиталя

а) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\arcsin 6x}{\log_5(2x+1)}\right)$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{-2x^2-3}{-2x^2+2}\right)^{-x^2}$

5. Вычислить y'

а) $\sqrt[3]{x^5}+4^{x^2y}=\mathrm{tg}(x+y)$; б) $y=\frac{3\sin\sqrt{x}\cdot\mathrm{arcctg}3x}{\cos 2x\cdot\arccos 2x}$

Для теоретической части выбираются два контрольных вопроса или задания, из числа указанных для промежуточной аттестации в частях 1-4.

Вариант экзаменационного билета по курсу «Интегральное исчисление» (2 семестр)

Практическая часть

1. Вычислить интеграл $\int\frac{dx}{x\sqrt[3]{1-2\ln x}}$.

2. Вычислить интеграл $\int\frac{x-1}{x^3+1}dx$.

3. Вычислить интеграл $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sin x+\cos x}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $r=\sin 3\phi$.

5. Вычислить длину дуги кривой $x=e^t\cos t,\ y=e^t\sin t,\ 0\le t\le 1$.

6. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной кривой $y=\sqrt{\ln x}$ и прямыми $y=0$, $x=e$.

7. Исследовать на сходимость $\int\limits_{-\infty}^{1}\frac{2xdx}{x^4+1}$; $\int\limits_{0}^{1}\frac{x^4dx}{\sqrt{1-x^5}}$.

Для теоретической части выбираются два контрольных вопроса или задания, из числа указанных для промежуточной аттестации в части 5.

Вариант экзаменационного билета по курсу: «Ряды. Дифференциальные уравнения» (3 семестр).

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(1-\frac{1}{n}\right)^{n^2}$.

2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+3)^n}{\ln(2n-1)}$.

3. Решить дифференциальное уравнение $(xy^2+x)dx+(y-2x^2y)dy=0$.

4. Найти решение дифференциального уравнения $y''=(y')^2$, удовлетворяющее условиям $y\big|_{x=0}=0$, $y'\big|_{x=0}=1$.

5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''-2y'+y=\sin x$.

Для теоретической части выбираются два контрольных вопроса или задания, из числа указанных для промежуточной аттестации в частях 6,7.

Вариант экзаменационного билета по курсу: «Функции многих переменных. Кратные и криволинейные интегралы» (4 семестр).

1. Вычислить частные производные 1-го и 2-го порядков функции $z = arctg\,(1-xy^2)$.

2. Найти локальные экстремумы функции $z = x^3 - 6xy + y^2 + 5y - 3$.

3. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x} f(x,y)dy\,.$$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$$x^2+y^2=2x,\ y=x,\quad y=0.$$

5. Вычислить двойной интеграл от функции $z=x^2y^2$ по области, ограниченной кривыми $y=\sqrt[3]{x}, x=1, y=-x^2$.

6. . Вычислить, перейдя к полярным координатам

$$\iint_D \frac{dxdy}{\sqrt{4-x^2-y^2}},$$

$$D: x^2+y^2=4,\ (x-1)^2+y^2=1,\ x=0.$$

7. Вычислить криволинейный интеграл непосредственно или по формуле Грина

$$\oint_L 2xydx - x^2dy,\ L: y=2-x,\ y=x^2-4.$$

Для теоретической части выбираются два контрольных вопроса или задания, из числа указанных для промежуточной аттестации в частях 7,8.

Образцы контрольных вопросов и заданий для промежуточной аттестации.

Часть 1. Системы линейных уравнений, векторная алгебра, аналитическая геометрия*.* (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)

1КВ1. Определитель 3-ого порядка вычислен по правилу Саррюса и равен 10. Этот же определитель вычисляется разложением по 2-ой строке. Оказалось, что все алгебраические дополнения при этом разложении равны, а элементы этой строки равны соответственно: $a_{21}=4, a_{22}=3, a_{23}=-2$. Найти указанные алгебраические дополнения и соответствующие им миноры.

1КВ2. Могут ли совпадать алгебраические дополнения A_{ij} в определителе с соответствующим минором M_{ij}? Ответ обоснуйте. Выпишите все алгебраические дополнения и миноры матрицы 2×2, все элементы которой равны 1.

1КВ3. Пусть A и B - две матрицы 3×3. Известно, что все элементы A и B совпадают, кроме элемента во второй строке и третьем столбце: в A он равен 2, в B - 3. Известно, что $\det A=6,\ \det B=12$. Вычислить алгебраическое дополнение A_{23} в $\det A$ и $\det B$.

1КВ3. Дана неоднородная система линейных уравнений, в которой n уравнений и n неизвестных. Пусть A - матрица системы, $\operatorname{Rg} A=n-1$. Может ли система иметь единственное решение? Вычислить (если невозможно оценить точное значение, то ответ следует записать в виде неравенства) ранг расширенной матрицы для следующих случаев: а) система не имеет решений; б) система имеет бесконечно много решений? Все ответы поясните.

1КВ4. Дана однородная система линейных уравнений, в которой 2 уравнения и 7 неизвестных, и ненулевая матрица системы. Может ли система не иметь решения? Вычислить ранг матрицы системы и ранг расширенной матрицы для следующих случаев: а) система имеет единственное решение; б) система имеет бесконечно много решений. Все ответы поясните.

1КВ5. Дана неоднородная система линейных уравнений, в которой 2 уравнения и 6 неизвестных. Вычислить ранг матрицы системы и ранг расширенной матрицы для следующих случаев: а) система не имеет решений; б) система имеет единственное решение; в) система имеет бесконечно много решений. Ответы поясните. Матрица системы является ненулевой.

1КВ6. Решите матричное уравнение $(EA^{-1}BE^{-1})x = a$, где A, B - квадратные матрицы, определители которых не равны 0, x-вектор-столбец с неизвестными элементами, a-вектор-столбец с известными элементами. Чему равны $\mathrm{Rg}\, A,\ \mathrm{Rg}\, B$? Ответ поясните.

1КВ7. Всегда ли выполнены равенства матриц: а) $AB = BA$; б) $AE = E^{-1}A$; в) $(AB)(CE) = (EA)(BC)$; г) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$, где E-единичная матрица? Ответ поясните

1КВ8. Пусть A- матрица $n \times n$, $\mathrm{Rg}\, A = n-1$. Можно ли с помощью элементарных преобразований привести A к такому виду, чтобы: а) 2-ой столбец был нулевым; б) 1-ый и 2-ой столбец были нулевыми; в) 2-ой столбец и 1-ая строка были нулевыми? Ответы поясните.

1КВ9. Может ли обратная матрица иметь следующий вид: а) быть нулевой; б) быть ненулевой и иметь определитель равный 0; в) быть единичной? Ответы поясните.

1КВ10. В трехмерной декартовой системе координат даны три ненулевых вектора $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$, причем известно, что $\left[\overline{a},\ \overline{b}\right] = \left[\overline{a},\ \overline{c}\right] = 0$. Как расположены векторы $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$ по отношению друг к другу?

1КВ11. В трехмерной декартовой системе координат даны три ненулевых вектора $\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}$, причем известно, что $\left[\overline{a},\ \overline{b}\right] = \left[\overline{a},\ \overline{c}\right] = 0$. Вычислить $(\overline{a}, -2\overline{b}, \overline{c}), \left|(\overline{a}, \overline{b})\right|, \left|(\overline{a}, \overline{c})\right|$, если $\left|\overline{a}\right| = 1, \left|\overline{b}\right| = 2, \left|\overline{c}\right| = 3$. Определить длину вектора, равного векторному произведению $\left[\overline{b},\ \overline{c}\right]$

1КВ12. Даны ненулевые неколлинеарные вектора $\bar{a}$, $\bar{b}$ и их векторные произведения $\bar{c}=\left[2\bar{a},\ \bar{b}\right]$ и $\bar{d}=\left[\ 2\bar{b},\ \bar{a}\right]$. Коллинеарны ли $\bar{c}$ и $\bar{d}$?

Равны ли их длины? Чему равно сумма векторов $\bar{c}$ и $\bar{d}$? Все ответы поясните.

1КВ13. Даны ненулевые неколлинеарные вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$. Могут ли быть компланарны $\bar{a}$, $\bar{b}$ и их векторное произведение $\left[\bar{a},\ \bar{b}\right]$? Могут ли быть коллинеарны $\bar{a}$ и $\left[\bar{a},\ \bar{b}\right]$?

1КВ14. Как вычислить объем параллелепипеда, координаты вершин которого заданы в трехмерной декартовой системе координат?

1КВ15. Может ли прямая $\frac{x-x_1}{-1}=\frac{y-y_1}{1}=\frac{z-z_1}{\gamma}$ проходить через точки $(1,0,2)$ и $(0,0,1)$? Ответ поясните.

1КВ16. Как ориентирован базис в трехмерной декартовой системе координат $e_1=(-1,0,0), e_2=(0,-1,0), e_3=(0,0,1)$? Ответ поясните. Найти вектор $\left[\bar{e}_1,\ \bar{e}_2\right]$.

1КВ17. Как взаимно расположены плоскость $Ax+By+Cz=0$ и прямая $\frac{x}{A}=\frac{y}{B}=\frac{z}{C}$ (параллельны, пересекаются и перпендикулярны, пересекаются и неперпендикулярны, прямая лежит в плоскости)?

1КВ18. Как взаимно расположены две прямые, заданные каноническими уравнениями (параллельны, пересекаются, скрещиваются, совпадают): $\frac{x-x_1}{\alpha_1}=\frac{y-y_1}{\beta_1}=\frac{z-z_1}{\gamma_1}$ и $\frac{x-x_1}{-\alpha_1}=\frac{y-y_1}{\beta_1}=\frac{z-z_1}{\gamma_1}$? Ответ поясните.

1КВ19. Прямая задана каноническим уравнением $\frac{x-x_0}{\alpha}=\frac{y-y_0}{\beta}=\frac{z-z_0}{\gamma}$, а плоскость – общим уравнением $Ax+By+Cz+D=0$. Как связаны коэффициенты A,B,C,D и коэффициенты α,β,γ, если прямая: а) параллельна плоскости; б) перпендикулярна плоскости?

1КВ20. Как взаимно расположены плоскость $Ax+By+Cz=0$ и прямая $\frac{x}{A}=\frac{y}{B}=\frac{z}{C}$ (параллельны, пересекаются и перпендикулярны, пересекаются и неперпендикулярны, прямая лежит в плоскости)?

1КВ21. Может ли прямая $\frac{x-x_1}{-1}=\frac{y-y_1}{1}=\frac{z-z_1}{\gamma}$ проходить через точки $(1,0,2)$ и $(0,0,1)$? Ответ поясните.

1КВ22. Лежат ли на одной прямой три точки $A(0,2,-1), B(0,-2,1), C(0,-4,2)$? Ответ поясните. Если A,B,C лежат на одной прямой, запишите каноническое уравнение этой прямой, если – нет, то запишите каноническое уравнение прямой, проходящей через точки A,B.

1КВ23. Привести уравнение кривой 2-ого порядка $x^2+y^2-4x+4y=-8$ к каноническому виду. Какая кривая задана этим уравнением? Нарисовать схематичный график найденной кривой.

1КВ24. Дано уравнение кривой 2-ого порядка $4x^2-9y^2+6y=10$. Является ли это уравнение каноническим? Какая кривая задана этим уравнением? Имеет ли эта кривая асимптоты? Если да, запишите их уравнения в системе координат, в которой уравнение приводится к каноническому виду.

***Часть 2 и 3. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной вещественной переменной.* (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)**

3КВ1. Найти вертикальные и наклонные асимптоты, вычислив соответствующие пределы, для функции $y=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$.

3КВ2. Не вычисляя производную, определить существует или нет минимум и максимум на отрезке $[0,1]$ для следующей функции: $y=\{$

$\ln(1+x)/(2x),\ \ x\in(0,1]$

$1/2 \qquad\qquad ,\ \ x=0$

Ответ поясните. Если минимум и максимум существуют, их не вычислять. При решении используйте теорему Вейерштрасса.

3КВ3. Используя определение производной, найти производную функции $y = \cos x$, а затем, используя теорему об обратной функции, найти производную функции $y = \arccos x$.

3КВ4.Найти вертикальные и наклонные асимптоты, вычислив соответствующие пределы, для функции $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

3КВ5. Вычислите $\lim\limits_{x \to 0} \left(x \sin \frac{1}{x} \right)$ непосредственно и, представив исходное выражение в виде частного, с помощью правила Лопиталя? Поясните почему получаются разные результаты.

3КВ6. Используя понятие дифференциала, вычислить приближенно $\operatorname{arcctg} 1{,}03$.

3КВ7. Написать уравнение касательной и нормали для функции, заданной параметрически, в точке (0,0): $\begin{cases} x = t^2 - t \\ y = t^3 + t \end{cases}$

3КВ8. Вычислив соответствующие односторонние пределы, классифицировать точки разрыва следующих функций: а) $y = \frac{|\operatorname{tg} x|}{x}$; б) $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$. в) $y = \frac{\sin x}{|x|}$; г) $y = \frac{\cos x}{x}$

3КВ9. Используя теорему Лагранжа, вычислить приближенно $\arccos 0{,}53$.

3КВ10. Найдите угол между кривыми $y = \sin x$ и $y = \cos x$ в точке $x = \pi/4$.

3КВ11. Дана функция $y = \sin x + x^2$. Не решая, определить существует ли такое x, $x \in [0, \pi]$, являющиеся решением уравнения $y' = \pi$? Ответ поясните. При решении используйте теорему Лагранжа

Часть 4. Интегральное исчисление функций одной вещественной переменной. (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)

4КВ1. Воспользовавшись теоремой о среднем значении, сравните $\int\limits_e^{e^2} \ln^2 x dx$ и $\int\limits_1^e \ln^2 x dx$. Ответ поясните.

4КВ2. Пусть $f(x) \geq 0$ и несобственный интеграл $\int\limits_1^{\infty} f(x)dx$ сходится. Сходится ли $\int\limits_1^{\infty}(6-\frac{1}{x^2})f(x)dx$? Ответ поясните.

4КВ3. Интегрируема ли на отрезке $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ функция $y = \operatorname{ctg} x$? Ответ поясните.

4КВ4. Покажите, как вычислить интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$ с помощью замены переменной, использующей одну из гиперболической функции.

4КВ5. Пусть $f(x) \geq 0$ и $f(1) = 0$ (единственный нуль функции на отрезке $[0,1]$) и несобственный интеграл $\int\limits_0^1 \frac{1}{f(x)}dx$ расходится. Расходится ли $\int\limits_0^1 \frac{3}{(x^2+1)f(x)}dx$? Ответ поясните.

4КВ6. Пусть $f(x) = \sin x$. Воспользовавшись теоремой Лагранжа, поясните, почему первообразная этой функции $F(x) = -\cos x + C$ единственна.

4КВ7. Пусть $F(x) = \int\limits_0^x f(u)du$, где $f(u) = \begin{cases} \sin u^2, & u \neq 0 \\ 1, & u = 0 \end{cases}$. Непрерывна ли функция $F(x)$? Можно ли сказать, что $F'(x) = f(x)$?.

4КВ8. Воспользовавшись теоремой об оценке интегралов, сравните $\int\limits_2^3 \frac{dx}{\ln x}$ и $\int\limits_2^3 \frac{dx}{\ln(x+1)}$. Ответ поясните.

4КВ9. Дан интеграл $\int\limits_0^1 \frac{dx}{\sin(x-0,5)\ln(x+1)\sqrt{2-x}}$. Какие особенности имеет подинтегральная функция на указанном промежутке интегрирования?

4КВ10. Дан интеграл $\int \mathrm{tg}^n x\, dx$, при $n \in N$, $n \geq 2$. Покажите, как понизить степень подинтегральной функции, перейдя к рассмотрению интеграла $\int \mathrm{tg}^{n-2} x\, dx$.

4КВ11. Известно, что $(x \ln x)' = x' \ln x + x(\ln x)'$. Воспользовавшись выводом формулы интегрирования по частям, покажите, как это выражение можно использовать для вычисления интеграла $\int \ln x dx$.

4КВ12. Не вычисляя, представьте функцию $\dfrac{x^3+2}{x(x^2-x+5)^2}$ в разложении на простые дроби, обозначая неизвестные константы A, B, C, D и т.д.

4КВ13. Используя теорему Чебышева, определите выражается ли интеграл $\int \dfrac{\sqrt[4]{4+2\sqrt{x}}}{\sqrt[3]{3x}} dx$ через элементарные функции. (Если вы определили, что интеграл выражается через элементарные функции, дальнейшие расчеты проводить не требуется).

4КВ14. Известно, что $\int_0^1 \sin x^2 dx \approx 0,31$. Как, используя этот результат, приближенно вычислить $\int_{-1}^1 \sin x^2 dx$? Ответ поясните. Какое свойство подинтегрального выражения следует использовать?

4КВ15. Вычислить длину дуги кривой $y = \dfrac{2\sqrt{x^3}}{3}$ на отрезке $[1, 2]$?

4КВ16. Дан многочлен $P(x) = 3(x+4)^{11} x^4 (x^2+x+1)^2$. Указать корни многочлена (включая комплексные) и их кратность.

4КВ17. Пусть Q - множество рациональных чисел и I - множество иррациональных чисел на отрезке $[0,1]$. Записав соответствующую интегральную сумму, проверьте интегрируема ли на этом отрезке следующая функция: $y = \begin{cases} 1, & x \in Q \\ -1, & x \in I \end{cases}$? Ответ поясните.

Часть 5. Сходимость числовых рядов. Степенные ряды и их приложения. **(ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)**

5КВ1. Используя понятие частичной суммы, исследуйте сходимость числового ряда $-2+2-2+\ldots$. Ответ поясните.

5КВ2. Пусть ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится. Поясните расходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\sqrt{3000}}$?

5КВ3. Правильно ли сказать, что, если любая частичная сумма ряда ограничена некоторым наперед заданным числом, например 1, то этот ряд сходится. Приведите пример. Ответ поясните.

5КВ4. Используя понятие частичной суммы, исследуйте сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (1+(-1)^{n+1})$. Ответ поясните.

5КВ5. Известно, что для расчета радиуса сходимости степенного ряда применяется формула $R = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$. Можно ли эту формулу применить для расчета радиуса сходимости ряда Маклорена, записанного для функции $\cos x$? Ответ поясните.

5КВ6. . Можно ли разложить функцию $\ln x$ в ряд по степеням $x+5$? Ответ поясните

5КВ7. Запишите разложение в ряд Маклорена для функции $\sqrt[5]{1+x}$. Можно ли, подставив $x=4$, в полученное разложение вычислить приближенно $\sqrt[5]{5}$? Ответ поясните.

5КВ8. Как с помощью разложения в ряд Маклорена приближенно вычислить интеграл $\int_0^1 \sin x^2 dx$?

5КВ9. Как с помощью разложения в ряд Маклорена приближенно вычислить интеграл $\int_1^2 \frac{e^x}{x} dx$?

5КВ10. Известно, что для расчета радиуса сходимости степенного ряда применяется формула $R = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$. Можно ли эту формулу применить для расчета радиуса сходимости ряда Маклорена, записанного для функции $\sin x$? Ответ поясните.

5КВ11. Запишите разложение в ряд Маклорена для функции $y = x^2 \cos x^2$..

5КВ12. Можно ли разложить функцию $\sqrt{-3+x}$ в ряд Маклорена? Ответ поясните.

***Часть 6. Обыкновенные дифференциальные уравнения.* (ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)**

6КВ1.Что такое дифференциальное уравнение? Приведите не менее двух примеров составления дифуров с использованием теории колебаний.

6КВ2. Запишите линейное диф. уравнение 1-ого порядка и и решите его в общем виде.

6КВ3. Запишите однородное диф. уравнение 1-ого порядка и решите его в общем виде.

6КВ4. Запишите в общем виде задачу Коши для диф. уравнения 1-ого порядка, разрешенного относительно производной. Покажите пример решения такой задачи

6КВ5. Запишите линейное диф. уравнение 1-ого порядка и решите его в общем виде.

6КВ6. Запишите уравнение Бернулли и решите его в общем виде.

6КВ7. Как найти частное решение неоднородного уравнения с правой частью вида $f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}$? Решите пример.

6КВ8. Как найти частное решение неоднородного уравнения с правой частью вида $f(x) = P_n(x)e^{\alpha x}\cos\beta x + Q_m(x)e^{\alpha x}\sin\beta x$? Решите пример.

6КВ9. Преобразовать уравнение $(1-x^2)\dfrac{d^2y}{dx^2} - x\dfrac{dy}{dx} = 0$, полагая $x = \cos t$

6КВ10. Дано уравнение Эйлера: $(-x+1)^2 y'' + (-x+1)y' - 2y = f(x)$. Покажите, как перейти от данного уравнения к линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами. Полученное уравнение решать не требуется

6КВ11. Примените метод вариации произвольной постоянной для решения уравнения $xy'' - 2xy' + xy = e^x$ Составьте систему уравнений для нахождения неизвестных функций. (решать полученную систему не надо).

6КВ12. Запишите в общем виде задачу Коши для диф. уравнения 1-ого порядка, не разрешенного относительно производной. Покажите пример решения такой задачи.

Часть 7. Дифференциальное исчисление функций нескольких вещественных переменных. **(ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)**

7КВ1.Найдите и изобразите на чертеже область определения функции $z = \arcsin\sqrt{xy}$

7КВ2.Записать уравнение касательной плоскости к поверхности $3xyz - z^3 = 8$ в точке $(0,2,-2)$.

7КВ3.Записать уравнение нормали к поверхности $3xyz - z^3 = 8$ в точке $(0,2,-2)$.

7КВ4. Запишите второй дифференциал для функции $z = x\cos(y+1)$.

7КВ5. Дана функция $z = f(x,y)$. Известно, что в точке (x_0, y_0) выполнено $f_x = 0,\ f_y = 0, f_{xx} = 0$. Является ли точка (x_0, y_0) точкой экстремума? Ответ поясните. Сформулируйте необходимые и достаточные условия существования экстремума функции $z = f(x,y)$?

7КВ6. Исследовать на линейную зависимость систему функций: e^{x+1}, e^{2x}, e^{x-1}

7КВ7. Найти решение уравнения $y' = x + y,\ y(0) = 1$ с помощью ряда Тейлора-Маклорена. Ограничиться поиском первых трех коэффициентов ряда.

7КВ8. Используя понятие полного дифференциала, вычислить приближенно $(1,03)^3 \cdot (0,96)^2$. Пользоваться калькулятором запрещается.

Часть 8. Двойные интегралы. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода. **(ОК-1, ОК-3, ОК-7, ОПК-3, ОПК-5, ПК-2)**

8КВ9. Запишите определение двойного интеграла через предел соответствующей суммы и его свойства

8КВ10. Пусть C - некоторая замкнутая кривая и пусть C_1 - гладкая незамкнутая кривая. Классифицируйте интегралы $\int\limits_C \sin xdy + y\cos xdx$ и $\int\limits_{C_1} \sin xdy + y\cos xdx$. Как зависят эти интегралы от направления пути интегрирования? Вычислите один из этих интегралов. Почему другой интеграл вычислить нельзя? Ответ поясните.

8КВ11. Пусть C − некоторая гладкая кривая. Классифицируйте следующие интегралы $\int\limits_C (x+y)ds$ и $\int\limits_C xdy + ydx$. Какой из этих интегралов зависит от направления пути интегрирования, а какой нет?

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.

а) основная литература:

1. Беклемишев Д.В. *Курс аналитической геометрии и линейной алгебры*: учебник – Москва. – Физматлит, 2009. – 304 с.

2. Берман Г.Н. *Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие: учебное пособие.* – С-Пб.: Профессия, 2015.

3. Бугров Я.С., Никольский С. М. *Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Т.1 и 2* : учебник – М.: Дрофа, 2007 г.

4. Бугров Я.С., Никольский С.М. *Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного*: учебник*. Т.3* – М.: Дрофа, 2007 г.

5. Вентцель Е.С. *Теория вероятностей*: учебник. – М.: Высшая школа, 2013 г.

6. Владимирский Б.М., Горстко А.Б., Ерусалимский Я.М. *Математика. Общий курс*: учебник – СПб.: Лань, 2008 г.

7. Гмурман В.Е. *Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистке*: учебное пособие. – М. Высшая школа, 2014 г.

8. Гнеденко Б.В. *Курс теории вероятностей*: учебник. – М.: Эдиториал УРСС, 2007 г.

9. Демидович Б.П. *Сборник задач и упражнений по математическому анализу*: учебное пособие. М.: Профессия, 2010 г.

10. Калинин В.В., Фастовец Н.О. *Вероятность в примерах и задачах*: методическое пособие. – М. Нефть и газ, 2014 г.
11. Калинин В.В. *Обыкновенные дифференциальные уравнения. Пособие для практических занятий*: учебное пособие. – М. Нефть и газ. 2010 г.
12. Клетеник Д.В. *Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие.* – С-Пб.: Профессия, 2014 г.
13. Кремер Н.Ш. *Теория вероятностей и математическая статистика:* учебник – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010 г.
14. Кузнецов Л.А. *Сборник задач по высшей математике*: учебное пособие. – С-Пб.:Лань, 2015 г.
15. *Линейная алгебра и основы математического анализа* (под редакцией А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича): учебное пособие – М.: Наука, 2009 г.
16. Пискунов Н.С. *Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 1,2*: учебник. – М.: Интеграл-Пресс, 2010 г.
17. Письменный Д.Т. *Конспект лекций по высшей математике: учебное пособие.* – М.: Айрис Пресс, 2014 г.
18. Соболева Т.С., Фастовец Н.О., Русев В.Н. *Методические рекомендации к практическим рекомендациям по высшей математики. Теория вероятностей*: методическое пособие – М. РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2006 г.
19. Чистяков В.П. *Курс теории вероятностей*: учебник – М. Высшая школа, 2007 г.

б) Дополнительная литература

1. Белоцерковский Д.Л. *Кривые второго порядка на плоскости*: методическое пособие. – М.: Нефть и газ. 2009 г.
2. Белоцерковский Д.Л. *Стандартные задачи математического анализа и линейной алгебры на базе пакета «Mathematica»*: методическое пособие. – М.: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2009 г.
3. Горелова Г.В., Кацко И.А. *Теория вероятностей и математическая статистика в примерах и задачах с применением Excel.* Учебное пособие для ВУЗов. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2012 г.
4. Григорьев С.Г. *Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Учебное пособие по высшей математике*. – М.: ИВЦ «Маркетинг», 2010 г.

5. Зимина О.В. *Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учебный комплекс.* – М.: Изд-во МЭИ, 2010 г.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. *Аналитическая геометрия*: учебник – М.: Наука, любое издание.
7. Ильин В.А., Позняк Э.Г. *Линейная алгебра*: учебник – М.: Наука, любое издание.
8. Левин В.А., Калинин В.В. *Прямая на плоскости. С использованием пакета «Mathematica»*: методическое пособие. – М. РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2008 г.
9. Левин В.А., Калинин В.В. *Плоскость. С использованием пакета «Mathematica»*: методическое пособие. – М. РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2006 г.
10. Литова Г.Г., Ханукаева Д.Ю. *Основы векторной алгебры*: методическое пособие. – М.: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2009 г.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

http://www.exponenta.ru
http://kvm.gubkin.ru
http://www.math.ru/
http://mathworld.ru/
http://allmatematika.ru/

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО с учетом рекомендаций примерной ООП ВО по направлению подготовки бакалавра 15.03.02 «Технологические машины и оборудование».

Автор: Белоцерковский Д.Л.

Заведующий кафедрой: В.В.Калинин

Программа одобрена на заседании УМК ФИМ нефти и газа имени И.М. Губкина.

Председатель учебно-методической комиссии факультета ФИМ: Гантимиров Б.М.

Начальник УМУ: Макаров А.Д.