Экзаменационный билет для студентов групп РБ,РН-19-1-5 по курсу "Функции многих переменных. Дифференциальные уравнения" состоит из практической (25 баллов) и теоретико-практической (15 баллов) части.

Практическая часть состоит из 4 примеров. Эта часть включает в себя только типовые задачи, использованные при составлении контрольных работ 1-4, проводившихся в течении семестра (см. нулевые варианты контрольных работ).

Первый пример относится к теме «Дифференциальные уравнения 1-ого порядка». Это уравнение принадлежит к одному из следующих типов:

1) уравнения с разделяющимися переменными;
2) линейное уравнение;
3) уравнение Бернулли;
4) однородное уравнение;
5) уравнение в полных дифференциалах.

Второй пример по теме «Дифференциальные уравнения 2-ого порядка» является линейным неоднородным уравнением 2-ого порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

В третьем примере предлагается решить пример из контрольной работы №3 на дифференцирование сложной функции одной или двух независимых переменных;

В четвертом примере предлагается записать площадь области с использованием двойного интеграла в декартовых координатах двумя способами или изменить пределы интегрирования в двойном интеграле, или записать формулу для вычисления объема тела (см. контрольную работу № 4).

Теоретико-практическая часть состоит из двух вопросов, в основном, сформулированных в виде задач. Эти вопросы разработаны на основании прочитанного семестрового курса лекций. Эти вопросы оцениваются соответственно в 5 и 10 баллов.

Продолжительность экзамена – 70 минут.

Вариант №1 экзаменационного билета по курсу “Функции многих переменных. Дифференциальные уравнения”

Практическая часть – 25 баллов

1. Решить дифференциальное уравнение $xy' - y + x\sin^2\frac{y}{x} = 0$ (6 баллов)

2. Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение 2-ого порядка $y'' + 2y' + 6y = e^x x\cos\sqrt{5}x + e^{-x}(x^2 - 2)$. Требуется, не решая, найти вид частного решения данного неоднородного уравнения. (5 баллов)

3. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ (или одно из значений $\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial x}{\partial y}, \frac{\partial x}{\partial z}, \frac{\partial y}{\partial z}, \frac{\partial y}{\partial x}$), если: $z = uv, y = u + 2v, x = \frac{u}{v}$. (4 балла)

4. Пусть Ω – область, ограниченная линиями $y^2 = x,\ y = e^x, x = 0, x = 1.$ Записать формулу для вычисления площади области Ω с помощью повторного интеграла <u>двумя способами</u>. Сделать чертеж области Ω. Интеграл не вычислять (2+3+3 балла)

Теоретико-практическая часть – 15 баллов

1. Известно, что для уравнения $y'' + ay' + by = e^{\beta x}$, если $\lambda_1, \lambda_2 \neq \beta$, частным решением является $y_ч = \frac{e^{\beta x}}{\beta^2 + a\beta + b}$. Покажите, что $\beta^2 + a\beta + b \neq 0$. (6 баллов)

2. Методом вариации произвольной постоянной получите уравнения для нахождения частного решения следующих уравнений: 1) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$; 2) $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$. Полученные уравнения не решать. (10 баллов).

Вариант №2 экзаменационного билета по курсу “Функции многих переменных. Дифференциальные уравнения”

Практическая часть – 25 баллов

1. Решить дифференциальное уравнение $xy' - y - x\cos^2\frac{y}{x} = 0$ (6 баллов)

2. Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение 2-ого порядка $y'' + 2y' + 6y = e^{-x} x\cos\sqrt{5}x + e^{-x}(x^2 - 2x)$. Требуется, не решая, найти вид частного решения данного неоднородного уравнения. (5 баллов)

3. Найти $\frac{\partial z}{\partial y}$ (или одно из значений $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial x}{\partial y}, \frac{\partial x}{\partial z}, \frac{\partial y}{\partial z}, \frac{\partial y}{\partial x}$), если: $z = uv, y = u + 2v, x = -\frac{u}{v}$. (4 балла)

4. Пусть Ω – область, ограниченная линиями $y^2 = x,\ y = e^{2x}, x = 0, x = 1.$ Записать формулу для вычисления площади области Ω с помощью повторного интеграла <u>двумя способами</u>. Сделать чертеж области Ω. Интеграл не вычислять (2+3+3 балла)

Теоретико-практическая часть – 15 баллов

1. Известно, что для уравнения $y'' + ay' + by = e^{\beta x}$, если $\lambda_1, \lambda_2 \neq \beta$, частным решением является $y_ч = \frac{e^{\beta x}}{\beta^2 + a\beta + b}$. Покажите, что $\beta^2 + a\beta + b \neq 0$. (5 баллов)

2. Методом вариации произвольной постоянной получите уравнения для нахождения частного решения следующих уравнений: 1) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$; 2) $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$. Полученные уравнения не решать. (10 баллов).