

Нулевой вариант контрольной работы № 1 по теме
«Линейные уравнения в частных производных второго
порядка. Ряды Фурье» (25 баллов)

Контрольная работа № 1 состоит из трех заданий по следующим темам:

- 1) Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типа (11 баллов);
- 2) Разложение функции в ряд Фурье (9 баллов);
- 3) Простейшие примеры задач Коши или Гурса (5 баллов).

1. Дано линейное уравнение в частных производных второго порядка: $2u''_{xx} + 4u''_{xy} - 4\sin xy - 2u'_x - 3u'_y - 23 = 0$.

Требуется: 1) классифицировать тип линейного уравнения второго порядка (1 балл); 2) найти уравнения характеристик и формулы перехода к новым переменным (3 балла); 3) привести уравнение к каноническому виду, записав его с помощью новых переменных (7 баллов).

2. На интервале $(0, 3)$ дана функция $y = 2x + 5$. Требуется:

- 1) нечетно продолжив данную функцию на всю числовую прямую с периодом 6, найти $y(-100)$ и изобразить график полученной функции (4 балла);
- 2) записать разложение в ряд Фурье полученной функции (5 баллов).

3. Решить задачу Гурса *):

$$u''_{xy} - 4 \operatorname{arctg} y - 3x + \cos^2 2x = 0,$$

$$u(x, 0) = 2 + \ln(1 + x); \quad u(0, y) = 2 + \pi/2 - \arccos y \quad (5 \text{ баллов})$$

*) Пример решения задачи Коши будет рассмотрен в курсе лекций.

Для разработки большого числа вариантов использована система компьютерной алгебры **Mathematica 6.0**.