ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ (3 СЕМЕСТР)

(страницы указаны по Тер-Крикорову).

Криволинейные и поверхностные интегралы.

1. Криволинейный интеграл 1-го рода (по длине дуги): определение, существование, геометрический и физический смысл, основные свойства, вычисление.(491, 493-495).

2. Криволинейный интеграл 2-го рода (циркуляция векторного поля вдоль линии): определение, физические интерпретации, основные свойства, координатное выражение, вычисление. (496-500).

3. Интеграл по замкнутому контуру на плоскости, связь с зависимостью интеграла по контуру, соединяющему две данные точки, от этого контура. Формула Грина. Формула площади фигуры в криволинейных интегралах. (500-505)

4. .Потенциальные поля. Понятие первообразной для криволинейного интеграла. Теорема о четырёх суждениях для плоского случая. (505-510).

5. Понятие простой и почти простой поверхности. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль в точке поверхности. (510-517)

6. Кусочно-гладкие поверхности. Понятие ориентируемой (двусторонней) поверхности. Примеры неориентируемых поверхностей. (518-522)

7. Определение и вычисление площади поверхности. Поверхностный интеграл первого рода (по площади), определение и свойства. (522-529).

8. Ориентация поверхности, двусторонние поверхности. Поверхностный интеграл 2-го рода (поток векторного поля через поверхность): определение, физическая интерпретация, основные свойства, координатное выражение, вычисление.(529-534).

9. Дивергенция и вихрь (ротор) векторного поля, их связь с символическим оператором Гамильтона (539-540). Корректность их определения – имеется в виду их независимость от системы координат (то есть инвариантность, для дивергенции – стр.545, для ротора стр. 549-550).

10. Формула Остроградского – Гаусса и некоторые ее приложения. Инвариантное определение дивергенции с ее помощью и её физическая интерпретация. Соленоидальное векторное поле (542-547)

11. Теорема Стокса. Доказательство с ее помощью инвариантности ротора в евклидовом пространстве. (547-549).

12. Условия независимости криволинейного интеграла 2 рода от пути в пространстве. Теорема о 4 суждениях. Потенциальные пространственные поля.(550-552)
    Обратить внимание на пример 1 со стр. 552 - нечто подобное будет в виде задачи в каком-то билете.

Ряды.

13. Определение и свойства сходящихся рядов. (383-387).

14. Сходимость рядов с неотрицательными членами. Признак сравнения. Интегральный признак.
15. Сходимость рядов с неотрицательными членами. Признаки Даламбера, Коши (радикальный).(388-394 к обоим вопросам)
16. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, различия в их сходимости: Свойства абсолютно сходящихся рядов и свойства условно сходящихся рядов (все без доказательства). Теорема Римана (формулировка). (395-398, 403-406).
17. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Оценка n-го остатка лейбницева ряда . Теорема Абеля-Дирихле (формулировка и пример применения). (399-403).
18. Определение сходимости последовательности функций на множестве. Проблема переноса свойств функций последовательности на предельную функцию. (Это и примеры, где свойства не переносятся - лучше почитать по Зоричу, «Математический анализ, том II, стр. 355-357). Определение и признаки равномерной сходимости функциональной последовательности (ф.п.) на множестве (критерий Коши – только формулировка) (Т-К, 408-414).
19. Равномерная сходимость функционального ряда (ф.р.). Определение, примеры. Признаки равномерной сх. ф.р. : Вейерштрасса и Абеля-Дирихле (последний – только формулировка, но – знать ее! – (414-421).
20. Свойства равномерно сходящихся последовательностей и рядов: непрерывность (а значит, и ограниченность) предельной функции, почленная дифференцируемость и интегрируемость. (этот вопрос может быть разбит по разным билетам – знать все доказательства!).(421-425)

Примечание: Причем в Тер-Крикорове доказывается сразу для рядов, но доказательство фактически проводится для ф.п. частичных сумм – то есть два в одном. И потом он говорит, что про ф.п. – содержится в доказательствах про ф.р. Ваша задача – эту зацикленность расциклить, и уметь доказывать отдельно для ф.п., а потом, как и полагается, пользоваться этими свойствами ф.п. для доказательства их у ф.р. (Я так и давала на лекции, наверное, это можно почитать у Фихтенгольца, в Курсе матанализа, потому что у Зорича слова будут непонятные).

21. Степенные ряды. Круг сходимости. Теоремы Абеля и следствия из них о характере сходимости степенного ряда. Формула Коши Адамара. (425-429, причем следствие 2 не обязательно, теорема 2 со стр. 427 – только формулировка, лучше по лекциям – там все сокращено было и упрощено максимально, по учебнику уточнить формулировки).
22. Свойства степенных рядов: о непрерывности и бесконечной дифф-ти суммы, о почленном дифференцировании и интегрировании внутри круга сходимости (причем если доказательство теоремы 6 (стр. 432) о равенстве радиусов сходимости ст. ряда, его почленно продифференцированного и проинтегрированного рядов – покажется длинным и нудным – можно сделать так, как я делала на лекции). (432-434). Примеры: получение разложения арктангенса и логарифма (1+x) из суммы геометрической прогрессии (разложения их производных).
23. Ряды Тейлора. Пример функции, не являющейся суммой своего ряда Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора (434-438)(в интегральной форме – не обязательно, хоть и очень симпатичное доказательство, теорему 2 - обязательно).
24. Основные элементарные функции как суммы своих рядов Тейлора. (438-440), доказательство про остаток логарифма – желательно, а про степенную – не надо.
25. Элементарные функции комплексного переменного (443-445).

Ряды Фурье

26. Разложение периодической функции в тригонометрический ряд Фурье: ортогональность тригонометрической системы функций, вычисление коэффициентов Фурье для функции с периодом 2π, понятие ряда Фурье интегрируемой функции, возможность интегрирования по любому интервалу длины 2π, случаи чётной и нечётной функции (572-576).
27. Сходимость ряда Фурье в точке: условие Гельдера. (582-583, с пункта 2, пункт 3, только формулировка теоремы 2, , следствия 1 -3. Применение этих теорем для вычисления сумм

некоторых рядов: пример1- представление числа пи рядом (584-585). Понятия кусочно-непрерывных и кусочно-гладких функций (589).---

28. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье. (интегрирование - хотя бы формулировку теоремы) (589-591).
29. Равномерная сходимость ряда Фурье. Неравенство Бесселя (самостоятельно прочесть 592-594, там ничего сложного нет, все из линейной алгебры)
30. Ряд Фурье в комплексной форме (594-596).