

Вопросы к коллоквиуму.

Там, где в скобочках стоит (док) – с доказательством. Все необходимое, в том числе и доказательства, лучше брать из конспекта, так как там самые короткие варианты и «выжат необходимый минимум», но если в конспекте нет, это вопрос 4 – указаны страницы, где прочитать.

1. Аксиоматика вещественных чисел. Некоторые свойства вещественных чисел как следствия аксиом (док).
2. Натуральные числа. Метод математической индукции. Бином Ньютона (док).
3. Ограниченные сверху или снизу множества. Понятие точной верхней или нижней грани. Лемма о точной верхней (нижней) грани непустого ограниченного сверху (снизу) множества (док.). Основное свойство верхней (нижней) грани (док.).
4. Другие следствия аксиомы полноты: лемма о вложенных отрезках, лемма о конечном подпокрытии, лемма о предельной точке (все с док., для двух последних лемм читать довольно маленькие доказательства: Зорич, Математический анализ, ч.1, стр. 69-70)
5. Принцип Архимеда (док) и следствия из него (док).
6. Взаимно-однозначные отображения. Сравнение мощности множеств. Понятие счетности и несчетности. Счетность множеств целых, рациональных чисел. Несчетность множества вещественных чисел.
7. Существование иррациональных чисел: доказательство существования корня из произвольного положительного числа. Доказательство, что корень из, например, 7, не может быть рациональным.
8. Предел последовательности. Понятие бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей. Теоремы об ограниченности сходящейся последовательности, о единственности предела (док).
9. Свойства пределов, связанные с неравенствами (док).
10. Теоремы о сумме б.м. и произведении б.м. на ограниченную последовательность(док). Предел суммы, произведения и частного (док).

11. Критерий существования предела у монотонной последовательности (теорема Вейерштрасса) (док). Число ϵ (док) .
12. Частичные пределы. Понятие верхнего и нижнего пределов. Критерий Коши существования предела (со звездочкой, то есть за доказательство «в обе стороны» будет особый бонус).