

Вариант 0.

1. Перейти к новым переменным r и φ , где $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, в выражении:

$$w = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

2. В какой области плоскости Oxy система уравнений

$x = u + v$, $y = u^2 + v^2$, $z = u^3 + v^3$, где параметры u и v принимают всевозможные вещественные значения, определяет z как функцию x и y ? Найти

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = e^{-x^2-y^2} (2x^2 + 3y^2)$ в круге $x^2 + y^2 \leq 4$.

4. Пользуясь дифференциалом функции, посчитать приближенно

$$1,002 \cdot \sqrt{2,003^2 + 2,998^3}.$$

или 4а : Существует ли $f''_{xy}(0,0)$, если $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2}; x^2+y^2 \neq 0; \\ 0; x^2+y^2 = 0. \end{cases}$

Тест

Задача 1. Найти производную скалярного поля $u(x, y, z)$ в точке M по направлению нормали к поверхности S , образующей острый угол с положительным направлением оси Oz .

$$u = 4 \ln(3 + x^2) - 8xyz, \quad S: x^2 - 2y^2 + 2z^2 = 1, \quad M(1, 1, 1).$$

Задача 2. Найти угол между градиентами скалярных полей $u(x, y, z)$ и $v(x, y, z)$ в точке

$$M. \quad v = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3, \quad u = \frac{yz^2}{x^2}, \quad M\left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$