

1 теоретический вопрос из списка (10 баллов) + задачи, например:

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q^n}{n!} = 0$. (см. Зорич, в разделе о пределах последовательности, кажется, где предельные переходы в неравенствах)
2. Используя свойства функции, непрерывной на отрезке, показать, что уравнение $x^5 - 3x = 1$ имеет по крайней мере один корень, заключенный между 1 и 2. Показать, как его найти с любой заданной точностью. (кстати, это и есть метод дихотомии приближенного нахождения корней уравнений)
3. Определить порядок $o(x) = \sqrt{1+2x} - 1 - x - \sqrt{x^3}$ относительно x а) при $x \rightarrow 0$ и б) при $x \rightarrow \infty$..
4. Для каких x справедлива с точностью до 0,0001 приближенная формула:
$$\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} ?$$
5. Найти асимптоты кривой $f(x) = 3x - x^2 \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

Или:

1. Функция $f(x)$ не определена при $x=0$. Определить число $f(0)$ так, чтобы $f(x)$ была непрерывна при $x=0$, если $f(x) = \frac{1}{x^2} e^{-1/x^2}$.
2. Указать на оси абсцисс множество, на котором функцию $y = \frac{2x^2 + 5}{x^2 + 1}$ можно считать равной 2 с ошибкой 0,001. Проиллюстрировать полученный результат на графике этой функции (весь график строить не обязательно).
3. Верно ли, что а) $\frac{1}{x^3} = o\left(\frac{1}{x^2}\right)$ при $x \rightarrow \infty$, б) $3x = o(x)$ при $x \rightarrow 0$, в)
 $\frac{1}{\sqrt{4+x^2}} = \frac{1}{2} + o(x)$ при $x \rightarrow 0$? Дать соответствующие определения.
4. При каком условии кубическая парабола $y = x^3 + px + q$ касается оси OX?.
5. Используя одну и ту же теорему, доказать, что
а) $|\arctg x - \arctg y| \leq |x - y|$ для любых x и y . и

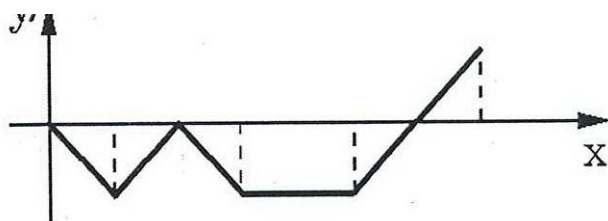
б) $\operatorname{tg} x > x$ для $0 < x < \pi/2$

.

Примечание: все задачи по 6 баллов.

И быть готовыми к дополнительной задаче:

По графику производной, например,



построить график самой функции и наоборот.