

1. Доказать, что если  $S$  – замкнутая гладкая поверхность, ограничивающая тело  $V$ , то справедлива вторая формула Грина:

$$\iiint_V \begin{vmatrix} \Delta u & \Delta v \\ u & v \end{vmatrix} dx dy dz = \iint_S \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial n} & \frac{\partial v}{\partial n} \\ u & v \end{vmatrix} dS, \text{ где } n \text{ – внешняя нормаль к}$$

поверхности  $S$ ,  $u$  и  $v$  – дважды дифференцируемы в области  $V+S$ .

Или

Вычислить 
$$\iint_S (y-z) dy dz + (z-x) dz dx + (x-y) dx dy$$

(непосредственно), где  $S$  – внешняя сторона конической поверхности

$$x^2 + y^2 = z^2 \quad (0 \leq z \leq h). \quad (6). \quad (5)$$

2. Убедиться, что  $(2x + e^{x/y})dx + \left(1 - \frac{x}{y}\right)e^{x/y} dy$  является полным

дифференциалом. Найти общий вид такой  $u$ , что указанное выражение является  $du$ .

или Найти циркуляцию вектора  $a = y\vec{i} - x\vec{j}$  вдоль окружности  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$  в отрицательном направлении. (5)

3. Функцию  $f(x) = e^{-x}$  ( $0 < x < +\infty$ ) представить интегралом Фурье, продолжая ее а) четным образом, б) нечетным образом. (5).

4. Определив порядок убывания общего члена  $a_n$ , исследовать сходимость ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \text{ если } a_n = \left[ e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right]^p \quad (5)$$

1

5. Получив разложение в степенной ряд  $\arctg x$ , приближенно вычислить  $\arctg 1,2$  и оценить погрешность.

Или

С помощью почленного дифференцирования найти сумму ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{4n+1}}{4n+1}$

или

Сходятся ли равномерно ряды: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} z^n$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n}$ , в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} z^n$  в своем круге сходимости?

или

Пользуясь теоремами о степенных рядах, вычислить с точностью до 0,001  $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$

или

Исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\alpha} e^{inx}$ ,  $x \in \mathfrak{R}$ : на абсолютную и равномерную по  $x$  сходимость в зависимости от параметра  $\alpha$ .

Плюс вопрос по теории (5 баллов). Всего 40 баллов.