

Фамилия, имя, отчество	Курс	Группа

Ниже - место для оценивания преподавателем (не для ответов! Не заполнять!)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100

30.11.2017

## II-IV курсы

- На острове каждый житель либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжет), либо обычный человек (может как говорить правду, так и лгать). Рыцари считаются людьми высшего ранга, обычные люди – среднего, а лжецы – низшего. А, В и С – жители этого острова. Один из них – рыцарь, другой – лжец, а третий – обычный человек. А и В сказали следующее. А: «В по рангу выше, чем С.» В: «С по рангу выше, чем А.» Что ответил С на вопрос: «Кто выше по рангу – А или В?»
- Найдите все возможные тройки чисел  $(x; y; z)$ , если известно, что  $x! + y! = 24z + 2017$ , числа  $x$  и  $y$  – натуральные, а  $z$  – целое и нечётное.
- При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $4^{|x-a|} \log_{1/3}(x^2 - 2x + 4) + 2^{x^2-2x} \log_{\sqrt{3}}(2|x-a| + 3) = 0$  имеет ровно три различных решения?
- Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} \arccos \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2}$ .
- Доказать, что  $\underbrace{\sin \sin \sin \dots \sin}_{2017 \text{ раз}} 1 < \frac{1}{12}$ .
- При каких значениях константы  $\alpha > 0$  сходится ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - n^{-\alpha})^n$ ?
- Найти интеграл  $\int \frac{(1-x^2)^5}{(1+x^2)^6} dx$ .
- Сколько несовпадающих частных производных 2017-го порядка имеет функция  $f(x, y, z) = \sin x \cdot \sin y \cdot \sin z$ ?
- Даны константы  $A, B \in \mathbb{R}$  и  $m > k > 0$ . Найти предел  $\lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T (A \sin kt + B \sin mt)^2 dt$ .
- Решить задачу Коши  $\begin{cases} y'' \cos x - 2y' \sin x + 8y \cos x = 0, \\ y(0) = 1, y'(0) = 0. \end{cases}$