

<b>Фамилия, имя, отчество</b>	<b>Курс</b>	<b>Группа</b>
	<b>I</b>	

Ниже - место для оценивания преподавателем (не для ответов! Не заполнять!)

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>Σ</b>
<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>100</b>

**30.11.2017**

## I курс

- На острове каждый житель либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжет), либо обычный человек (может как говорить правду, так и лгать). Рыцари считаются людьми высшего ранга, обычные люди – среднего, а лжецы – низшего. А, В и С – жители этого острова. Один из них – рыцарь, другой – лжец, а третий – обычный человек. А и В сказали следующее.  
А: «В по рангу выше, чем С.» В: «С по рангу выше, чем А.» Что ответил С на вопрос: «Кто выше по рангу – А или В?»
- Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} \arccos \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2}$ .
- Найдите все возможные тройки чисел  $(x; y; z)$ , если известно, что  $x! + y! = 24z + 2017$ , числа  $x$  и  $y$  – натуральные, а  $z$  – целое и нечётное.
- Сколько различных векторов длины  $5\sqrt{2}$  с целочисленными координатами существует в 3-мерном пространстве?
- Для  $x = \frac{\pi}{2n}$  найдите значение суммы  $\cos^2 x + \cos^2 2x + \dots + \cos^2 nx$ .
- Пусть  $L$  – точка пересечения диагоналей  $CE$  и  $DF$  правильного шестиугольника  $ABCDEF$  со стороной 3. Точка  $K$  такова, что  $\overrightarrow{LK} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ . Найдите длину отрезка  $KC$ .
- Последовательность  $a_n$  задана рекуррентно:  $a_0 = 0$ ;  
$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 243, & \text{если } a_n \leq 0, \\ a_n - 343, & \text{если } a_n > 0. \end{cases}$$
 Найдите  $\min\{n \in \mathbb{N} : a_n = 1\}$
- Существует ли в 3-мерном пространстве треугольник площади  $\sqrt{7}$ , вершины которого имеют целочисленные координаты?
- При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $4^{|x-a|} \log_{1/3}(x^2 - 2x + 4) + 2^{x^2-2x} \log_{\sqrt{3}}(2|x-a| + 3) = 0$  имеет ровно три различных решения?
- Найти все целочисленные решения матричного уравнения  $A^2 = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ , если  $A^T = A$ .