

Фамилия, имя, отчество	Курс	Группа
	I	

Ниже - место для оценивания преподавателем (не для ответов! Не заполнять!)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	100

30.11.2017

I курс

- На острове каждый житель либо рыцарь (всегда говорит правду), либо лжец (всегда лжет), либо обычный человек (может как говорить правду, так и лгать). Рыцари считаются людьми высшего ранга, обычные люди – среднего, а лжецы – низшего. А, В и С – жители этого острова. Один из них – рыцарь, другой – лжец, а третий – обычный человек. А и В сказали следующее.
А: «В по рангу выше, чем С.» В: «С по рангу выше, чем А.» Что ответил С на вопрос: «Кто выше по рангу – А или В?»
- Найти предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} \arccos \frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{2}$.
- Найдите все возможные тройки чисел $(x; y; z)$, если известно, что $x! + y! = 24z + 2017$, числа x и y – натуральные, а z – целое и нечётное.
- Сколько различных векторов длины $5\sqrt{2}$ с целочисленными координатами существует в 3-мерном пространстве?
- Для $x = \frac{\pi}{2n}$ найдите значение суммы $\cos^2 x + \cos^2 2x + \dots + \cos^2 nx$.
- Пусть L – точка пересечения диагоналей CE и DF правильного шестиугольника $ABCDEF$ со стороной 3. Точка K такова, что $\overrightarrow{LK} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Найдите длину отрезка KC .
- Последовательность a_n задана рекуррентно: $a_0 = 0$;
 $a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 243, & \text{если } a_n \leq 0, \\ a_n - 343, & \text{если } a_n > 0. \end{cases}$ Найдите $\min\{n \in \mathbb{N}: a_n = 1\}$
- Существует ли в 3-мерном пространстве треугольник площади $\sqrt{7}$, вершины которого имеют целочисленные координаты?
- При каких значениях параметра a уравнение $4^{|x-a|} \log_{1/3}(x^2 - 2x + 4) + 2^{x^2-2x} \log_{\sqrt{3}}(2|x-a| + 3) = 0$ имеет ровно три различных решения?
- Найти все целочисленные решения матричного уравнения $A^2 = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$, если $A^T = A$.